

BIULETYN INFORMACYJNY  
*Centrum Zastosowań Matematyki Politechniki  
Gdańskiej*

wrzesień 2013

# KONKURS

Konkurs na najlepsze prace dotyczące matematyki i jej zastosowań organizowany jest w ramach trzyletniego projektu Centrum Zastosowań Matematyki realizowanego na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Gdańskiej.

Polscy matematycy osiągają godne uwagi rezultaty, które przez długi czas pozostają niezauważone. Zadaniem konkursu jest wyróżnienie najbardziej doniosłych artykułów naukowych opublikowanych w ostatnich latach.

Pierwsza edycja konkursu przeprowadzona wiosną 2013 roku ujawniła wiele wartościowych prac. Cztery zostały nagrodzone. Z ich autorami rozmawiamy w dalszej części biuletynu.

Wkrótce ogłoszona zostanie II edycja konkursu, której rozstrzygnięcie planowane jest na wiosnę 2014 roku.

Szczegółowe informacje ukażą się na stronie [www.czm.mif.pg.gda.pl](http://www.czm.mif.pg.gda.pl).

LICZBY	3		edycje konkursu odbędą się w ramach projektu
	56		Centrum Zastosowań Matematyki / 2013, 2014, 2015
	65		prac nadesłano na I edycję konkursu
			uczestników z 25 ośrodków badawczych wzięło udział w konkursie, w tym:
	21		kobiet
	44		mężczyzn
			Wysokość nagród
	15 000 PLN		I nagroda
	10 000 PLN		II nagroda
	15 000 PLN		III nagroda
	10 000 PLN		nagroda dla najlepszej uczoniej

## OCZEKIWANIA

Przedmiotem konkursu są publikacje naukowe, które spełniają co najmniej jeden z poniższych warunków:

- dotyczą zastosowań matematyki
- rozwijają metody matematyczne przydatne w zastosowaniach
- inspirowane są problemami spoza matematyki, a ich wyniki mogą być wykorzystane w innych naukach, przemyśle i gospodarce

## ZASADY

- do konkursu można zgłaszać prace opublikowane lub przyjęte do druku nie wcześniej niż w ciągu 6 lat poprzedzających rok danej edycji konkursu
- każdy uczestnik konkursu przedstawia do oceny tylko jedną swoją pracę
- udział w konkursie mogą wziąć pracownicy naukowci zatrudnieni w polskiej instytucji naukowo-badawczej

# ZAPRASZAMY DO WSPÓŁPRACY Z CENTRUM ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI!

dr hab. Grzegorz Graff, prof. nadzw. PG, kierownik projektu POKL Centrum Zastosowań Matematyki

Aż 56 artykułów napłynęło na I edycję konkursu na najlepsze prace z matematyki i jej zastosowań, który rozstrzygnięty został w maju 2013. Bardzo dziękuję wszystkim uczestnikom za nadesłanie swych prac. Poziom konkursu był bardzo wysoki, a tematyka zróżnicowana. Były prace poświęcone zastosowaniom matematyki w informatyce, medycynie, biologii, statystyce, inżynierii, ale także interesujące artykuły teoretyczne inspirowane problemami spoza matematyki. Już dziś zachęcam do nadsyłania artykułów na następną edycję, której rozpoczęcie zostanie wkrótce ogłoszone. Warto dodać, że pula nagród w konkursie wynosi 40 tys. zł. Korzystając z okazji chciałbym zaprosić wszystkich zainteresowanych do współpracy z centrum i do uczestnictwa w wydarzeniach przez nas organizowanych. Oferta Centrum Zastosowań Matematyki jest bogata i obejmuje konferencje, warsztaty, wykłady zagranicznych gości, a także publikacje artykułów i monografii. Beneficjentami projektu mogą być pracownicy naukowci uczelni oraz instytutów badawczych i naukowych. Ogłoszenia o naborze na kolejne wydarzenia publikujemy na bieżąco na stronie [www.czm.mif.pg.gda.pl](http://www.czm.mif.pg.gda.pl). Polecam również wykłady i treść wystąpień warsztatowych, które znajdują Państwo na stronie internetowej Centrum Zastosowań Matematyki.

---

## Monografia CZM

Pierwsza monografia Metody matematyczne w zastosowaniach pod redakcją dr Agnieszki Bartłomiejczyk zostanie opublikowana w październiku 2013. Udało się w niej zebrać kilkanaście wartościowych prac. Tematyka dotyczy zastosowywania różnorodnych metod matematycznych, na przykład do badania zmienności rytmu serca i rytmu oddechowego czy też do analizy opóźnień czasowych, używanych w opisie zjawisk biologicznych, epidemiologicznych i ekonomicznych. Wydanie monografii stanowi ważny krok w kierunku rozpropagowania idei współpracy interdyscyplinarnej. Edycja tomu drugiego planowana jest na rok 2014. Przedmiotem naboru do kolejnych tomów będą artykuły naukowe, przeglądowe oraz informacyjne, dotyczące między innymi zastosowań metod matematycznych w naukach o życiu (medycynie, biologii, bioinżynierii, biotechnologii, farmacji, genetyce, inżynierii medycznej, biofizyce itp.), w naukach fizycznych, chemicznych i technicznych.

Zainteresowanych publikacją prosimy o śledzenie informacji na portalu [www.czm.mif.pg.gda.pl](http://www.czm.mif.pg.gda.pl), a pytania dotyczące monografii kierować można na adres: [monografia.czm@mif.pg.gda.pl](mailto:monografia.czm@mif.pg.gda.pl).

# JĘZYKIEM FIZYKI JEST MATEMATYKA

Z prof. Józefem E. Sienkiewiczem, prorektorem ds. nauki na Politechnice Gdańskiej rozmawia Zuzanna Marcińczyk



Józef E. Sienkiewicz

*– Był Pan do niedawna dziekanem wydziału, na którym realizowana jest idea Centrum Zastosowań Matematyki. Warsztaty, wykłady gości zagranicznych, konkursy – obserwuje Pan ożywienie w gdańskim środowisku matematycznym?*

– Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej skupił na sobie uwagę środowiska naukowego, nie tylko matematyków. W ramach Centrum Zastosowań Matematyki współpracujemy z matematykami i fizykami z Uniwersytetu Gdańskiego, ale również z lekarzami z Gdańskiego Uniwersytetu Medycznego. Podsumowując, traktuję tę działalność jako krok naprzód, szczególnie, że w takiej dziedzinie jak matematyka wybitni naukowcy rzadko dotychczas zajmowali się zastosowaniami matematyki. Raczej woleli pozostać przy matematyce czystszej. Moim zdaniem aktywność Centrum Zastosowań Matematyki na Politechnice Gdańskiej stanowi doskonałe uzupełnienie dla takiego podejścia.

*– Czuje Pan, że w ostatnich latach zastosowania matematyki zaczynają być równoprawną gałęzią uprawiania matematyki?*

– Czuję, że nie są. W ogólności rzecz biorąc nauki matematyczne dzielą się na: informatykę – i nie należy jej mylić z informatyką techniczną; oraz matematykę. I jako taka gałąź oficjalnie zatwierdzona matematyka stosowana nie istnieje. Aczkolwiek różne ośrodki, czy różni naukowcy chcieliby, czy wręcz czynią starania, żeby była traktowana na równi

z matematyką teoretyczną. Formalnie nie ma czegoś takiego jak doktorat z matematyki stosowanej. Czy to jest słuszne czy nie, nie mnie to oceniać, ale wydaje się, że rozwój matematyki polegający na zastosowaniach byłby bardzo przydatny. W szczególności na takich uczelniach, jak Politechnika Gdańska, gdzie matematyka jest narzędziem do rozwiązywania różnych problemów. Sądzę, że pierwszy i ostatni głos w tej sprawie należy do środowiska matematycznego.

*– Wycofanie matematyki jako przedmiotu obowiązkowego na maturze przed 30 już prawie laty zostawiło spustoszenie wśród całego pokolenia młodych ludzi w kwestii myślenia matematycznego lub też logicznego? Jak Pan to widzi z perspektywy nauczyciela akademickiego.*

– Z dzisiejszej perspektywy wydaje się, że to był błąd. Jakie wtedy cele przyświecały decydentom, naprawdę nie wiem, ale obawiam się, że nie były do końca przemyślane. Nie myślano chyba o długookresowych skutkach. Przywrócenie matematyki na maturę z punktu widzenia takich uczelni, jak nasza i wydziałów zajmujących się naukami ścisłymi, jest bardzo dobrym krokiem, ponieważ chcąc nie chcąc ci młodzi ludzie uczą się myślenia matematycznego i część z nich odkrywa w sobie pewne talenty. Pozostałym, którzy nie czują się na siłach, by zostać wybitnymi matematykami czy osiągnąć cokolwiek w tej dziedzinie, ta wiedza i tak przydaje się, w szczególności oczywiście, kiedy trafią na studia na kierunku ścisłe

bądź techniczne. Osobiście żałuję, że niedoceniana w szkołach jest fizyka. Jako fizyk uważam, że program fizyki dla szkół ogólnych jest zbyt okrojony, a treści zbyt często przekazywane nieciekawie. Są oczywiście nauczyciele – perełki, mamy z nimi do czynienia na studiach podyplomowych, którzy potrafią bardzo pięknie zaplanować i przeprowadzić doświadczenie w obecności uczniów. Obawiam się jednak, że to nie jest regułą i bardzo nad tym boleję.

Fizyka jest trudna, ponieważ odnosi się do świata rzeczywistego, a językiem fizyki jest właśnie matematyka. Połączenie abstrakcji z tym, co nazwałbym rzeczywistością, naturą, przedstawienie modelu, który ma być potwierdzony wynikami doświadczalnymi – to wielka sztuka. Ma to oczywiście związek z matematyką stosowaną, która właśnie modeluje zjawiska fizyczne. Chociażby przepływ krwi w naczyniach krwionośnych czy gojenie się ran.

Te niezwykle skomplikowane zagadnienia można opisać i analizować właśnie przy wykorzystaniu aparatury matematycznej.

*– Najwyższa Izba Kontroli pozytywnie oceniła wspieranie innowacji przez uczelnie i parki technologiczne. Żle ocenia jednak efekty tych działań, które praktycznie nie poprawiają innowacyjności polskiego przemysłu i gospodarki. Mogę prosić o komentarz?*

– Nie znam tego raportu, dlatego nie mogę się odnieść do niego szczegółowo. Natomiast znam przypadki firm innowacyjnych działających w parkach naukowo-technologicznych, np. w Gdańsku na ul. Trzy Lipy, które odniosły kolosalne sukcesy. Potrafiły wejść nawet na rynek amerykański z najnowszymi technologiami informatycznymi. Z drugiej strony takie podsumowanie kontroli może mieć inny sens. Może chodzić o to, że potencjał naukowy nie jest dostatecznie wykorzystany. Trudno odpowiedzieć na pytanie, dlaczego tak się

dzieje. Z jednej strony nie ma jasnych reguł gry, z drugiej strony nauczyciel akademicki jest bardzo przeciążony obowiązkami, a część środowiska jest wręcz zniechęcona do działań innych niż podstawowe obowiązki, które trzeba wykonać, by zostać na uczelni. Dla mnie to jest bardzo złożona przyczyna i pewnie nie da się tego jednym sposobem rozwiązać. Ale wszyscy to czujemy, że sprawy innowacyjne jakoś nie idą wystarczająco dobrze. Wrzucę jeszcze kamyczek do ogródka polityków. Wydaje mi się, że ludzie, którzy decydują o przyszłości nauki, sami tego nie rozumieją i myślą dwie rzeczy. Wychodzą z założenia, że znajdują środki na naukę i innowacje, ale dopiero wtedy, gdy będzie nas na to stać. Tymczasem według mojej opinii dopiero dobra nauka i wynikająca z niej innowacje mogą przynieść efekty finansowe, należałoby zatem najpierw te obszary odpowiednio dofinansować.

*– Dziękuję za rozmowę.*

---

*prof. dr hab. Józef E. Sienkiewicz, prof. zw. PG*

*Politechnika Gdańska, prorektor ds. nauki  
kierownik Katedry Fizyki Teoretycznej i Informatyki Kwantowej*

*Jest autorem ponad 40 publikacji naukowych z fizyki teoretycznej dotyczących zagadnień rozpraszania elektronów i pozytonów na atomach, reakcji*

*foto dysocjacji i fotoasocjacji oraz oddziaływań międzyatomowych.*

*Najważniejsze osiągnięcia naukowe obejmują zastosowanie nieperturbacyjnego podejścia do opisu rozpraszania pozytonów jako elektronów poruszających się wstecz w czasie oraz nowy stabilny algorytm rozwiązania równania Diraca.*

---

# RÓWNANIE NA ROGÓWKĘ

Jak bezinwazyjnie zmierzyć ciśnienie w oku i jaki wpływ na leczenie krótkowzroczności może mieć matematyk? O zastosowaniu matematycznego modelu rogówki oka z dr inż. Łukaszem Płociniczakiem rozmawia Ewa Kuczkowska.



*Łukasz Płociniczak,  
I miejsce w konkursie na najlepsze  
prace z matematyki i jej  
zastosowań*

*– W swojej pracy konkursowej zaprezentował Pan nowy model rogówki oka. Po co matematyk bada mechanizmy widzenia?*

– Matematyczne opisanie topografii rogówki to właściwie jedyny sposób, by zrozumieć mechanizmy widzenia. Tylko za pomocą matematyki można owe mechanizmy opisać zarówno jakościowo, jak i ilościowo. Oznacza to, że opierając się na solidnych pomiarach można wyprowadzić konkretne, późniejsze przewidywania dające możliwość lepszej diagnozy.

*– Bardzo wiele wad wzroku np. dalekowzroczność, krótkowzroczność albo astygmatyzm spowodowanych jest nieodpowiednią geometrią rogówki. Jakie korzyści dla pacjentów mogą wynikać z dokładnego, matematycznego modelu rogówki?*

– Pacjentowi nie jest potrzebny model. Potrzebny jest maszynie, przy pomocy której lekarz wykonuje badanie. W sprzęcie okulistycznym wczytane są pewne algorytmy, w tym modele oka oraz samej rogówki. Rogówka jest tak naprawdę najważniejszą częścią oka odpowiadającą za widzenie, a wiele chorób oczu takich, jak np. dalekowzroczność czy krótkowzroczność może wynikać z faktu, że na powierzchni rogówki powstało zniekształcenie. Geometria oka, pod wpływem różnych czynników zewnętrznych może przestać być tak doskonała, jak ją Pan Bóg stworzył. Dlatego bardzo ważne jest dokonanie precyzyjnego, matematycznego opisu kształtu rogówki, a następnie wprowadzenie go do aparatury oku-

listycznej. Na podstawie pomiarów okulista będzie w stanie postawić lepszą diagnozę pacjentowi. Im model bardziej odzwierciedla rzeczywistość, tym trafniejsze rozpoznanie.

*– Z opracowanego przez Pana modelu będą umieli skorzystać projektanci sprzętu medycznego?*

– Tak, ale czy będą chcieli, to już zupełnie inna sprawa. Model jest dosyć prosty, więc praktycznie każdy, kto zajmuje się optyką czy okulistyką, mógłby go bez kłopotu zaimplementować w jakiegokolwiek maszynie. Niestety, przekonałem się, że w branży okulistycznej panuje strasznie duża konkurencja. Z tego powodu nikt tak naprawdę nie chce angażować się w to, co nowe. Ponadto dostępne obecnie metody są według okulistów wystarczające. Lekarze sprzęt medyczny traktują jak wyrocznie, której trzeba słuchać. Pokutuje także swoista niechęć do zmian. Jeśli ktoś powie, że wymyślił coś nowego, to już jest coś nie tak.

*– Dlaczego zajął się Pan modelowaniem rogówki oka?*

Pomysł zajęcia się tematyką modelu rogówki powstał przy mojej i prof. Wojciecha Okrasińskiego współpracy z fizykami, którzy zajmują się fizyką oka i optometrią, a pracują u nas na Politechnice Wrocławskiej. Na naszej uczelni jest wiele grup, które trudnią się procesami widzenia. Miałem wielką przyjemność współpracować z Grupą Optyki Widzenia, której szefem jest prof. Henryk Kasprzak. Ogromnie dużo dały mi również rozmowy z prof. Robertem Iskande-

rem. Dzięki tej współpracy nauczyłem się bardzo wiele o biologii oka oraz współczesnych metodach stosowanych w optometrii. Poza tym temat po prostu wydał mi się bardzo ciekawy i przydatny. Zwłaszcza, że przedsięwzięcia, których do tej pory dokonano w matematyce odnośnie geometrii oka nie mają mocnych podstaw fizycznych. Dlatego właśnie swój model rogówki oka wyprowadziłem wychodząc z podstawowych praw. Większość modeli rogówki powstało dosłownie ot tak, „z powietrza”. Z kolei te bardziej precyzyjne okazały się trudne w użyciu, m.in. wymagały zbyt wiele czasu obliczeniowego na przetworzenie danych w sprzęcie medycznym.

– *Jakie aspekty były dla Pana kluczowe w trakcie opracowywania modelu?*

– Rogówka jest cienka i wiotka – to jest najważniejsze dla założeń matematycznych mojego równania. W artykule konkursowym nie poruszałem kwestii optycznych właściwości rogówki. Bardziej skupiłem się na jej kształcie, na samej geometrii. Rogówka wyglądem przypomina małą kopułkę. Nasunęło mi się pytanie: jakie jest równanie opisujące wspomnianą kopułkę?

Marzy mi się, by na podstawie kształtu rogówki według równania, jakie wyprowadziłem, udało się bezinwazyjnie zbadać ciśnienie, które panuje w oku. Póki co, nie jestem w stanie określić, czy znalazłem nowy sposób pomiaru ciśnienia w oku, ponieważ temat nie jest dostatecznie zweryfikowany eksperymentalnie. W każdym razie wyprowadziłem odpowiednie równanie i planuję zdobyć szerszy zasób danych.

Obecnie stosowane metody pomiaru ciśnienia w oku zawsze są inwazyjne: lekarz albo naciska na oko pacjenta, albo dmucha w nie powietrzem. To nie jest przyjemne. Dużo lepsze byłoby po prostu zrobienie zdjęcia oka, a następnie poddanie go analizie w maszynie okulistycznej i wyznaczenie ciśnienia. Badania w tym zakresie

nie należą do zaawansowanych. Co więcej, nie wiem, czy ktokolwiek wierzy, że taki pomysł jest możliwy do realizacji.

– *Interesuje się Pan także modelowaniem deterministycznym w przyrodzie i przemyśle. Świat z punktu widzenia matematyka jest wielkim równaniem?*

– Na świecie jest bardzo wielu ludzi, którzy wierzą, że istnieje jedno wielkie równanie – super nieliniowe równanie, które musi być bardzo piękne w swojej symetrii. Zresztą wszystkie równania, które opisują fundamentalne prawa fizyki są niesamowicie piękne. Kto widział i zrozumiał np. równanie Einsteina czy Hamiltona, ten wie, o czym mówię. Te równania zwykle są deterministyczne. Znaczy to tyle, że startując z pewnych warunków początkowych oraz rozwiązu-

jąc – analitycznie lub numerycznie – równanie, możemy przekonać się, co wydarzy się w chwilę później. Niestety, mówiąc „rozwiązując” czynię przeogromny skrót myślowy, gdyż przeważnie na ściśle rozwiązania równań nie ma co liczyć. Zadowolę się musimy przybliżeniami – często bardzo dobrymi. Otrzymanie sensownego przybliżenia jest często bardzo trudne, ale na szczęście nie niemożliwe. Wydaje mi się, że ogromny postęp fizyki i matematyki, który dokonuje się ostatnimi czasy, daje podstawy, żeby przypuszczać, że istnieje jedna doskonała i spójna teoria wszystkiego. Zamysł Boga jak ją nazwał Einstein. Ale ludzkości jest jeszcze bardzo daleko, żeby poznać równanie opisujące Wszechświat.

– *Dziękuję za rozmowę.*

— *ulubiony cytat* —

*Bóg jest matematykiem bardzo wysokiej klasy i (...) przy tworzeniu wszechświata posłużył się najwyższą wiedzą matematyczną.*

*/ Paul Dirac /*

*Łukasz Płociniczak*

*asystent, Politechnika Wroclawska, Instytut Matematyki i Informatyki  
specjalność naukowa: matematyka stosowana, równania różniczkowe*

*nagrodzona praca: A nonlinear mathematical model of the corneal shape*

*Nonlinear Analysis: Real World Applications 13 (2012), 1498–1505.*

*kontakt: lukasz.plociniczak@pwr.wroc.pl*

*www.im.pwr.wroc.pl/~plociniczak*

*wiek: 27*

*hobby: muzyka (gra na pianinie, gitarze oraz ukulele),  
sport (kolarstwo, turystyka górską), nauka (fizyka, a zwłaszcza kosmologia)*

# OPINIA CZŁONKA JURY O PRACY ŁUKASZA PŁOCINICZAKA

Dr Łukasz Płociniczak ukończył na Politechnice Wrocławskiej zarówno elektronikę i telekomunikację, jak i też matematykę teoretyczną (z wyróżnieniem). W czasie studiów był stypendystą Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego. W lutym bieżącego roku obronił z wyróżnieniem rozprawę doktorską na Politechnice Wrocławskiej napisaną pod kierunkiem prof. dr. hab. Wojciecha Okraśińskiego.

Zainteresowania naukowe doktora Płociniczaka skupiają się wokół matematyki stosowanej i metod numerycznych. Razem ze swoim promotorem opracował nowy model rogówki oka ludzkiego, który w pewien sposób odzwierciedla związek między ciśnieniem wewnątrzgałkowym a topografią oka.

Proponowany model opiera się na nieliniowym równaniu różniczkowym rzędu drugiego z warunkami brzegowymi. Rozwiązanie tego równania uzyskujemy metodą kolejnych przybliżeń i jest to równocześnie sposób na uzyskiwanie przybliżonych rozwiązań.

Parametry występujące w równaniu estymujemy na podstawie danych empirycznych. Wyniki te zostały opublikowane w 2012 roku w *Nonlinear Analysis* i na podstawie tej publikacji dr Płociniczak uzyskał pierwszą nagrodę w konkursie organizowanym przez Centrum Zastosowań Matematyki Politechniki Gdańskiej.

Dr Płociniczak jest ciekawą indywidualnością w gronie matematyków. Jest między innymi zamiłowanym muzykiem. Ostatnio ożenił się i wraz ze swoją życiową partnerką kontynuuje pracę naukową.

Prof. Łukasz Stettner



# MATEMATYK NIE MUSI SZUKAĆ ODERWANYCH OD ŚWIATA PROBLEMÓW

Albo matematyczne twierdzenie jest na tyle piękne i głębokie, że broni się samo, albo wcale nie jest godne uwagi. Z prof. Adamem Bobrowskim z Politechniki Lubelskiej rozmawiała Ewa Kuczkowska.

– *Które dziedziny matematyki najbardziej Pana pasjonują?*

– Moimi matematycznymi „konikami” są analiza funkcjonalna oraz procesy stochastyczne. Ta pierwsza to piękny i nowoczesny dział analizy matematycznej, którego podwaliny położyli w dużej mierze Polacy, w szczególności Stefan Banach i Hugo Steinhaus. Jej cechą charakterystyczną jest to, że traktuje obiekty matematyczne, np. funkcje czy rozkłady probabilistyczne, jako elementy pewnych przestrzeni, które można do siebie dodawać i odejmować tak, jak wektory w przestrzeni trójwymiarowej. Można też mówić o odległościach między nimi. Są to tzw. przestrzenie Banacha. Analiza funkcjonalna pozwala rozwiązywać trudne problemy matematyczne z innych dziedzin.

Z kolei procesy stochastyczne, czyli losowe, są jedną z najważniejszych i dynamicznie rozwijających się części matematyki. Ze zjawiskami losowymi mamy do czynienia niemal wszędzie, począwszy od giełdy, poprzez pogodę, do demografii, na genetyce populacyjnej kończąc. I wbrew powszechnemu mniemaniu fakt, że dane zjawisko jest losowe, nie oznacza bynajmniej, iż nie da się na jego temat nic powiedzieć. Procesy stochastyczne to właśnie dziedzina, której zadaniem jest formułowanie i dowodzenie praw rządzących takimi zjawiskami. Popularnym przykładem jest prawo wielkich liczb mówiące, że jeśli będziemy rzucali idealnie symetryczną monetą, to w długim

czasie częstość występowania wyrzucanych orłów będzie prawie równa frakcji reszek. Nie oznacza to, że jeśli wyrzucimy dziesięć orłów z rzędu, to w jedenastym rzucie prawdopodobieństwo wyrzucenia reszki wzrośnie. Moneta przecież „nie pamięta”, co stało się uprzednio. Niemniej, na dłuższą metę liczba orłów i reszek będzie się wyrównywać, właśnie dlatego, że moneta „nie pamięta”.

Co ciekawe, analiza funkcjonalna jest świetnym narzędziem do badań procesów stochastycznych. W istocie duża jej część – w szczególności teoria półgrup operatorów, w której się specjalizuję – powstała na użytek procesów losowych. Wszak rozkłady probabilistyczne, a więc sposoby przypisywania prawdopodobieństw zdarzeniom takim, jak „będzie pogodnie” lub „mam taki sam wariant genu odpowiedzialnego za kolor oczu jak moja żona”, są elementami przestrzeni Banacha.

– *W swojej pracy konkursowej zaproponował Pan połączenie dwóch modeli transmisji szybkich neurotransmiterów. Czy Pański model znajdzie zastosowanie?*

– Neurotransmitery to substancje chemiczne odpowiedzialne za przekazywanie sygnałów między komórkami nerwowymi. Chciałem zrozumieć jak łączą się dwa, pozornie różne modele ich zachowania. Okazało się, że kluczem jest dobranie tak zwanych warunków transmisji, to znaczy opis sposobu przechodzenia neuroprzekazników pomiędzy trzema hipotetycznymi obszarami, w których są umieszczone.



*Adam Bobrowski  
I miejsce w konkursie  
na najlepsze prace z matematyki  
i jej zastosowań*

Mój wkład w tę dziedzinę sprowadza się więc do tego, że potrafiłem tak dobrać wspomniane warunki brzegowe, by poprzez przejście graniczne otrzymać jeden model z drugiego. Użyte przeze mnie przejście graniczne należy do klasy tzw. zaburzeń osobliwych. Czy jest osobliwe w potocznym tego słowa znaczeniu? To kwestia do dyskusji.

Moje twierdzenie można łatwo zobrażać. Wyobraźmy sobie cząsteczki np. gazu, które wykonują chaotyczne ruchy w trzech stojących obok siebie szczelnych pudełkach. Cząsteczki te mogą przechodzić z jednego pudełka do drugiego przez specjalne „drzwiczki”. Być może cząsteczki przemieszczają się w jedną stronę łatwiej, a w drugą trudniej. Jeśli będziemy stopniowo zwiększali prędkość chaotycznego ruchu cząstek w każdym z pudełek z osobna, równocześnie powoli zamykając „drzwiczki”, to masa cząstek rozłoży się w trzech pudełkach. W każdym z nich cząsteczki będą bardzo dobrze wymieszane, a równocześnie mimo prawie zamkniętych „drzwiczek” będzie następował magiczny przepływ masy cząsteczek z pudełka do pudełka, zgodnie z regułami procesu

znanego w matematyce jako łańcuch Markowa. Te cząsteczki to oczywiście neuroprzekazniki, a „drzwiczki” to warunki transmisji.

Obawiam się, iż w najbliższym przewidywalnym czasie moja praca nie znajdzie zastosowań. Będę raczej szczęśliwy, jeśli ktoś przeczytawszy ją powie, że to ładny mechanizm i godzien matematycznego opisu.

Jestem dość sceptycznie nastawiony do zastosowań matematyki. Część matematyków traktuje je dość czołobitnie, jakby nieco nie rozumiejąc, a trochę umniejszając specyficzną rolę matematyki w poznawaniu świata. Uważam, że podobnie jak wśród prac matematycznych, tak i w naukach stosowanych przekopać trzeba stosy literatury, by znaleźć godną uwagi perełkę. Dużą część stanowią dzieła odtwórcze o znaczeniu marginalnym. Wartością matematyki jest to, co leży w samej jej naturze, czyli w umiejętności i dążeniu do abstrahowania, do odrywania się od tego, co nieistotne, a skupiania na tym, co jest sednem. Innymi słowy, albo matematyczne twierdzenie jest na tyle piękne i głębokie, że broni się samo, albo wcale nie jest godne uwagi. Parafrazując słowo przypisywane Pasteurowi można

by powiedzieć, że nie ma matematyki stosowanej, są tylko zastosowania matematyki.

– Szkada tylko, że tak niewielu ludzi może podziwiać matematyczne wyniki.

– Do ich zrozumienia, a więc i zachwycenia się nimi, trzeba wielu lat studiów. Trochę ta sytuacja jest podobna do abstrakcyjnego malarstwa. Większość ludzi, w tym ja, nie jest w stanie odróżnić wielkiej sztuki od kiczu. Ale przynajmniej dla niektórych obcowanie z obrazem może być źródłem wspaniałych doznań estetycznych. W przypadku matematyki, niestety, tego typu doznania nie są możliwe dla laika.

– *Prezentując Pańską pracę prof. Szarek powiedział, że najbardziej podobało mu się, że zainspirował się Pan realnymi problemami, które prowadzą do rozwoju znakomitych, zaawansowanych technik matematycznych.*

– Ciągłe jestem przekonany, że matematyk nie musi szukać abstrakcyjnych, oderwanych od świata problemów. Rzeczywistość, także biologiczna, podsuwa wiele fascynujących zagadnień! A matematyka jest wszędzie i matematyk wszędzie może się przydać. To, że bez matematyków nie byłoby komputerów, to już banał, ale pewnie znacznie mniej ludzi wie, że choćby bezpieczne przesyłanie listów elektronicznych nie byłoby możliwe bez fundamentalnych badań z teorii liczb – dziedziny matematyki, która przez wiele lat była uważana za najbardziej czystą, także w tym znaczeniu, że wydawała się nie mieć zastosowań. A używana przez wszystkich wyszukiwarka Google ma wbudowaną strategię wyszukiwania opartą na twierdzeniu Perrona, który dowodząc go w 1907 roku nie mógł nawet przewidzieć istnienia Internetu.

Często przekornie odwracam określenie „matematyka stosowana” i mówię o „matematyce inspirowanej biologią”. Tak właśnie widzę badania naukowe swoje i wielu znamienitych

---

ulubiony cytat

*Bo Bóg, który rzekł: „Z ciemności niech światłość zaświeci”, rozświecił się w sercach naszych, aby zajaśniało poznanie chwaly Bożej, która jest na obliczu Chrystusowemu.*

---

Adam Bobrowski

*Politechnika Lubelska (w roku akademickim 2012/2013 na specjalnym stanowisku badawczym w IM Polskiej Akademii Nauk) specjalność naukowa: matematyka, analiza funkcjonalna nagrodzona praca From a PDE model to an ODE model of dynamics of synaptic depression, DCDS-B, Vol. 17, Issue 7 (2012), 2313-2327.*

*kontakt: a.bobrowski@pollub.pl  
www.math.pollub.pl/pracownicy/adambobrowski/  
wiek: 48*

kolegów. Biologia jest pożywką dla matematycznej wyobraźni i prowadzi do powstawania nowych, miejmy nadzieję, że pięknych konceptów matematycznych. Chociaż w pracy inspirowa się biologią, jako matematyk tworzę matematykę. Z jednej

strony jest to matematyka o biologii, ale jak Pani widziała przed chwilą, można się oderwać od rzeczywistości biologicznej i przedstawić zagadnienie w języku fizyki gazów. Matematyka w obu przypadkach jest taka sama. Cechą matematyki jest, jak już wspo-

niałem: abstrahowanie od tego, co drugorzędne, a koncentrowanie się na sednie mechanizmu.

Rzeczywiście biologia skłoniła mnie do ciekawego matematykowania.

– *Dziękuję za rozmowę.*

---

## OPINIA CZŁONKA JURY O PRACY ADAMA BOBROWSKIEGO

Punktem wyjścia pracy są dwa modele dynamiki tzw. szybkich neurotransmiterów. Pierwszy z nich, używający równań różniczkowych zwyczajnych ma za zadanie wyjaśnienie zjawiska polegającego na tym, że niektóre impulsy nerwowe nie są przekazywane, jeśli kolejne stymulacje następują zbyt szybko po sobie. Idea jest taka, że neurotransmitery, które sygnał taki mają przekazać, występują w trzech basenach, a do przekazywania sygnału służyć mogą tylko te, które znajdują się w trzecim, najbardziej zewnętrznym i jeśli został on opróżniony poprzednim impulsem, kolejne sygnały nie zostaną przekazane, zanim się on ponownie nie napełni.

Drugi model, oparty na równaniach różniczkowych cząstkowych jest „mikroskopowy”. Autor wyobraża sobie, że neurotransmitery wykonują w trzech basenach ruchy chaotyczne modelowane procesem Wienera, z różnymi współczynnikami dyfuzji w każdym z nich.

Praca – poza uzupełnieniem warunków transmisji – poświęcona jest zagadnieniu możliwości przejścia od modelu z równaniami różniczkowymi cząstkowymi do równań różniczkowych zwyczajnych. Właśnie dobór warunków transmisji był tu najciekawszy i dość trudny. Chodziło o to, by dobrać je nie tylko tak, by miały sens, ale jeszcze, żeby przy ich pomocy można było prosty model otrzymać ze skomplikowanego poprzez przejście graniczne. Z tego więc punktu widzenia największym osiągnięciem pracy jest wymyślenie warunków transmisji – są one analogiczne do warunków brzegowych Fellera-Wentzla i wydaje mi się, że te warunki są zupełnie nowe.

Główne twierdzenie pracy mówi o tym, że jeden model można otrzymać z drugiego poprzez zaburzenie osobliwe. Zaburzenia takie są bardzo ciekawe, bo po pierwsze wymagają zwykle nietrywialnych metod dowodowych, a po drugie prowadzą czasem do dość zaskakujących granic. Z punktu widzenia półgrup to jest tak, że graniczna półgrupa działa w „znacznie mniejszej”, pozornie „innej” przestrzeni niż półgrupa aproksymująca.

Z punktu widzenia biologii ciekawe być może jest to, że współczynnikom z modelu z równaniami różniczkowymi cząstkowymi można po takim przejściu granicznym nadać – naturalną interpretację. Sam wynik artykułu można też streścić tak, że zrozumie go i biolog i matematyk: jeśli dyfuzja w każdym z basenów jest szybka, a przenikanie między basenami wolne, to model dokładniejszy można z powodzeniem aproksymować modelem mniej dokładnym.

Praca wymagała znacznego aparatu matematycznego i dużej inwencji, a także głębokiego zrozumienia procesów stochastycznych ukrytych w opisanych modelach.

Najbardziej w tej pracy urzekło mnie to, że inspiracja z biologii stanowiła impuls do uprawiania całkiem niebanalnej matematyki. Otwartą pozostaje kwestia, czy my stosujemy tu matematykę w biologii, czy biologia inspirowa matematykę.

Prof. Tomasz Szarek

# W CZWARTYM WYMIARZE

Analiza danych wielowymiarowych być może pozwoli niebawem na znalezienie zależności, których dzisiaj nie zauważamy. O tym, jak szukać wzorców oraz czy matematyczna teoria homologii pomoże wkrótce szybko rozpoznawać symptomy choroby z dr. Marcinem Żelawskim rozmawiała Zuzanna Marcińczyk.



*Marcin Żelawski,  
III miejsce w konkursie  
na najlepsze prace z matematyki  
i jej zastosowań*

*– Zajmuje się Pan zaawansowanym przetwarzaniem obrazów. Do różnych celów – wspomagających badania medyczne, ale także do przetwarzania obrazów satelitarnych. Proszę o kilka zdań o tym, jak ta dziedzina się rozwija w ostatnich latach i co nowego wynika z badań pańskiego zespołu w tej kwestii?*

Na wstępie chciałem podkreślić, że nagrodzona publikacja jest pracą zespołową i nie powstałaby bez udziału pozostałych współautorów. W szczególności chciałem bardzo podziękować szefowi mojej katedry i jednocześnie głównemu współautorowi tej pracy, profesorowi Marianowi Mrozkowi, za inspirację, wiedzę i doświadczenie, bez których trudno byłoby opublikować nasze wyniki w tak dobrym czasopiśmie. Ponadto dziękuję Andrzejowi Gryglewskiemu, gastrochirurgowi z Collegium Medicum UJ oraz Sejin Han z Uniwersytetu w Hong Kongu, za medyczno-biologiczne inspiracje, dostarczenie danych i konsultacje eksperckie, a także Andrzejowi Krajniakowi, doktorantowi z naszej katedry, za prace implementacyjne i cenne optymalizacje stworzonego oprogramowania.

To, co dokładnie robię, to próba użycia matematycznej teorii, która nazywa się teorią homologii, do tego, aby próbować rozpoznawać kształty na obrazach. Ta teoria ma pewne zalety w porównaniu ze standardowymi technikami, których używa się do przetwarzania obrazów. W szczególności potrafi ona działać na obrazach dowolnie wymiarowych. Taka intu-

icja, którą mogę podać, by lepiej to wytłumaczyć, to ciąg zdjęć trójwymiarowych z jakiegoś procesu w czasie, które składamy razem i otrzymujemy zdjęcie czterowymiarowe. Czwarty wymiar jest trudny do zrozumienia, bo mieści się poza sferą ludzkiej intuicji. Zastosowania, o które Pani pyta mogą być bardzo ciekawe, dlatego że dzięki metodom, nad którymi pracuję, można właśnie przetwarzać takie obrazy wielowymiarowe. Okazuje się np. że w diagnostyce medycznej coraz częściej mamy do czynienia z obrazami czterowymiarowymi. W tej chwili zespół, w którym pracuję, chce się m.in. zająć badaniem procesu degeneracji chrząstki kolanowej. Nawiązaliśmy kontakt z dużą komercyjną placówką, która dysponuje bardzo nowoczesną aparaturą. Robią tam np. czterowymiarowe zdjęcia kolana, co pozwala się zastanawiać, jaką informację z tych dodatkowych wymiarów można wyciągnąć, a której nie widać w dwóch czy trzech wymiarach. Jeżeli mamy jakieś zjawisko fotografowane w czasie, to dzięki temu, że ten czas, który jest dodatkowym wymiarem również podlega analizie, możemy poszukiwać dodatkowych informacji o nieprawidłowościach w całym procesie z uwzględnieniem zmian w czasie. Jednym z aspektów, które były analizowane w nagrodzonej pracy są zmiany w strukturze włókien kolagenowych wchodzących w skład wszystkich organów ludzkich, kości, skóry, tkanek. W procesach degeneracyjnych ten kolagen robi się zły, zniekształca się, co można próbować wykrywać. Prawdopodobnie kiedyś

w przyszłości pomoże to lekarzom w podjęciu decyzji o naprawie czy rekonstrukcji tego kolagenu. Pytanie, czy obserwując zmiany struktury kolagenu w czasie, czyli dodając ten dodatkowy wymiar czasowy do obrazu, możemy znaleźć jakieś ważne informacje, których nie widać w niższych wymiarach, a które pozwolą nam lepiej zrozumieć cały ten proces wzrostu włókien kolagenowych.

– *Pojęcie obrazu możemy rozszerzyć więc w ogóle na dane wielowymiarowe?*

– Tak. Terminem obraz posługuję się w tej rozmowie dość umownie, bo niektóre dane nie tworzą obrazu w powszechnym pojęciu. I znowu spróbuję dać przykład. Obecnie każdy pracuje z komputerem i nawet zwykły sklep internetowy gromadzi w swojej bazie wiele danych dotyczących zachowań konsumenckich. Dla teorii homologii nie ma jednak znaczenia, czy elementem obrazu są punkty o konkretnych współrzędnych i kolorze czy też np. wiek, płeć lub ewentualny koszyk towarów zakupiony przez konsumenta.

I to, co być może się kiedyś uda, i nad czym się teraz zastanawiamy, to próba zastosowania teorii homologii do analizy danych wielowymiarowych. Taka analiza nazywana jest eksploatacją danych lub data miningiem, a używać tego można np. do predykcji zachowań konsumentów, ale też do predykcji skuteczności terapii.

Ostatnio zwrócił się do nas kierownik jednej z klinik Collegium Medicum UJ z prośbą o pomoc w predykcji skuteczności terapii chorych na raka żołądka. Obecnie obowiązują pewne reguły, które mówią, jaką terapię zastosować do pacjentów, u których diagnozuje się konkretny stan chorobowy charakteryzowany np. liczbą przerzutów itd. Czasami ta informacja jest z pewnych względów niepełna. Być może analiza danych wielowymiarowych pozwoliłaby na znalezienie zależności, których sobie dzisiaj nie uświadamiamy, a które pozwolą

lepiej dobrać terapię do konkretnych pacjentów.

W data miningu chodzi o znalezienie wzorców, które tkwią w danych, ale nie są dla nas oczywiste. Podam taki powszechny przykład: młody człowiek w piątek popołudniu robi zakupy w hipermarkecie i kupuje pieluszki. Dzięki analizie danych z zakupów klientów otrzymujemy informację, że ok. 90 proc. takich młodych ludzi razem z pieluszkami kupuje również piwo. Wtedy w hipermarkecie te towary rozmieszcza się celowo w większej odległości, np. na przeciwległych końcach hali, żeby człowiek musiał przewędrować przez cały sklep i przy okazji poczuł zapach świeżego chleba itp. no i zdecydował się po drodze kupić jeszcze inne produkty, których wcześniej kupić w ogóle nie planował.

To są metody, które się teraz bardzo intensywnie rozwijają. Duże korporacje takie jak banki, firmy ubezpieczeniowe czy duże firmy turystyczne śledzą każdy nasz krok. Nie interesują ich oczywiście jakieś dane indywidualne jak imię i nazwisko, ale interesuje ich, ile mam lat i że na ich stronie internetowej zachowuję się w określony sposób, np. często klikam w określone podstrony, a w inne nie. To wszystko jest cały czas automatycznie analizowane. Na tej podstawie

strony internetowe przebudowywane są stale tak, aby skłonić konsumentów do jak największej liczby kliknięć, za którymi stoi konkretny zakup produktu. Na podstawie mojej aktywności na stronie internetowej oraz aktywności klientów, którzy odeszli do konkurencji, firma próbuje się zorientować, czy nie wykazują oznak chęci rezygnacji z bycia jej klientem, by w razie czego przyciągnąć mnie ponownie jakąś specjalną promocją. I tak dalej.

W diagnostyce medycznej, tak jak już powiedziałem, analizy tego typu też mogą mieć duże znaczenie. Może się okazać, że np. w przypadku predykcji skuteczności terapii w raku żołądka znajdziemy w bazie danych dotychczasowych pacjentów jakieś zależności, których na razie nawet nie podejrzewamy i że dzięki temu lekarzom będzie łatwiej przewidzieć powodzenie konkretnej terapii.

– *W jaki sposób Pański zespół szuka partnerów do pracy, bo widzę, że wszystko o czym Pan mówi jest inspirowane jakimiś zleceniami. Czy wzajemnie się inspirujecie?*

Myśmy zaczęli to robić parę lat temu i mieliśmy wtedy wielkie problemy z danymi. Środowiska medyczne były strasznie hermetyczne. Zdobycie jakichkolwiek zdjęć graniczyło z cudem albo trzeba było mieć znajomości

*dr Marcin Żelawski*

*adiunkt, Uniwersytet Jagielloński, Wydział Matematyki i Informatyki,  
Instytut Informatyki  
specjalność naukowa: informatyka*

*nagrodzona praca: Homological methods for extraction and analysis of linear features in multidimensional images*

*praca przygotowana zespołowo: Marian Mrozek, Marcin Żelawski,  
Andrzej Gryglewski, Sejin Han, Andrzej Krajniak  
Pattern Recognition, Volume 45, Issue 1 (2012), Pages 285-298.*

*kontakt: marcin.zelawski@ii.uj.edu.pl*

*wiek: 42*

*hobby: kung fu, tai chi*

itd. Był taki moment, że zacząłem się nawet zastanawiać, czy to w ogóle ma sens, bo samo zdobycie danych do jakiegoś potencjalnego badania kosztowało wiele wysiłku, a przecież nie mieliśmy gwarancji, że coś ciekawego z tych badań wyniknie. Teraz wiele się zmieniło w tym temacie. Sam jestem tym zaskoczony. Ostatnio np. nawiązaliśmy współpracę z chemikami z PAN zajmującymi się poszukiwaniem nowych leków i teoria homologii okazała się być bardzo użyteczna w tego typu zagadnieniach. Współpracujemy też z lekarzami zajmującymi się oste-

oporozą. Na seminaria grupy nauczania maszynowego przychodzi bardzo wielu ludzi z zewnątrz, to są biolodzy, lekarze, chemicy itd. Przychodzą sami. Dowiadują się, co my robimy i są tym bardzo zainteresowani.

– *Poczułi, że to jest interesujące i że możecie coś wspólnego działać?*

– Tak, wydaje mi się, że zrozumieli, że bez tej złożonej analizy danych nie posuną się za bardzo do przodu w swojej dziedzinie wiedzy. Lekarzy zaczyna jednak zastanawiać coś więcej, np. jakie są bardzo wczesne

sygnały występowania patologii. Czy w momencie, kiedy widzimy zdrowego człowieka, a klasyczne metody badania nie wskazują żadnych niepokojących symptomów, nie istnieją już jakieś przesłanki, które by sugerowały, że np. za pięć lat ten człowiek będzie chory. Tu się właśnie przydaje eksploracja danych, którą, mam nadzieję, da się jeszcze usprawnić stosowanymi przez nas metodami homologicznymi.

– *Dziękuję za rozmowę.*

---

## OPINIA CZŁONKA JURY O PRACY MARCINA ŻELAWSKIEGO

Rezultatem pracy „Homological methods for extraction and analysis of linear features in multidimensional images” jest stworzenie algorytmów opartych na teorii homologii, a służących do przetwarzania obrazów. Algorytmy te potrafią identyfikować, ekstrahować, analizować i rekonstruować obiekty o charakterze liniowym na zniekształconych szumami obrazach, takich jak np. sieci naczyń krwionośnych na zdjęciach endoskopowych lub sieci dróg i rzek na zdjęciach lotniczych. Tak zrekonstruowane struktury liniowe mogą być następnie analizowane pod kątem różnorodnych cech niosących dodatkową, pożądaną informację (np. o obecności zmian chorobowych, stopniu uprzemysłowienia rejonów itp.).

Standardowe metody przetwarzania i rozpoznawania obrazów mają bardzo lokalny sposób działania, czyli „widzą” tylko małe fragmenty obrazu i na tej podstawie podejmują decyzje. Wymagają wcześniejszego przygotowania obrazu (np. jego szkieletyzacji) i pracują z reguły w co najwyżej dwóch lub trzech wymiarach. W kręgu zainteresowań teorii homologii znajdują się badania geometrycznych własności różnego rodzaju obiektów w tzw. przestrzeniach topologicznych. Teoria homologii jest klasyczną teorią zaliczaną do topologii algebraicznej. Potrafi ona opisać/scharakteryzować kształty w dowolnie wymiarowych przestrzeniach (obrazach), nie tylko 2D i 3D.

W omawianej pracy wykorzystuje się niedawno stworzoną teorię homologii persystentnych, które przez swą konstrukcję zachowują własności geometryczne homologii, ale jednocześnie ich obliczanie jest bardziej efektywne, tj. można konstruować algorytmy do ich obliczania w czasie realnym.

Największym wkładem autorów nagrodzonej pracy są zaproponowane algorytmy oparte na teorii homologii persystentnych. Przedstawione metody rozpoznawania obrazów posiadają, w odróżnieniu od standardowych metod przetwarzania obrazów, następujące zalety:

- mają „globalny charakter”, tzn. potrafią efektywnie rekonstruować duże fragmenty analizowanego obrazu (niewidoczne np. ze względu na obecność szumu) wykorzystując do tego informację zawartą w całym obrazie, a nie tylko w jego fragmencie
- nie wymagają wcześniejszego przetwarzania/przygotowania obrazu (za wyjątkiem binaryzacji)
- mogą być użyte do przetwarzania dowolnie wymiarowych obrazów, np. coraz bardziej powszechnych 4-wymiarowych obrazów będących ciągiem 3-wymiarowych zdjęć jakiegoś procesu w czasie (może to być np. seria trójwymiarowych obrazów bijącego serca w pewnym przedziale czasowym).

W pracy opisano przykładowe zastosowania zaproponowanych algorytmów do przetwarzania medycznych zdjęć endoskopowych ścianek jelita grubego, zdjęć mikroskopowych włókien kolagenu oraz zdjęć lotniczych zawierających siatkę dróg lub rzek.

Analiza siatki naczyń krwionośnych na zdjęciach endoskopowych jest bardzo istotna ze względu na możliwość wczesnej detekcji wielu chorób, w szczególności raka jelita grubego, których początkowy etap związany jest prawdopodobnie z niewidocznymi gołym okiem zmianami w mikro-architekturze naczyń krwionośnych (np. tworzeniem nowych naczyń, ich zagęszczaniem, tworzeniem nowych rozgałęzień itp.). Automatyčna analiza takiej siatki jest jednak utrudniona ze względu na specyfikę badania medycznego – nierównomierne oświetlenie, cechy anatomiczne ukrwionej powierzchni itp. Przedstawione w pracy algorytmy zostały użyte do skutecznej eliminacji szumu z takich zdjęć oraz efektywnej rekonstrukcji analizowanej siatki. W pracy zaproponowany został również algorytm analizy ilości rozgałęzień naczyń krwionośnych w takiej siatce.

Zliczanie ilości rozgałęzień zostało wykorzystane także w analizie włókien kolagenowych na mikroskopowych 3- i 4-wymiarowych zdjęciach (seria zdjęć 3-wymiarowych z całego procesu wzrostu kolagenu). A ponieważ kolagen jest powszechnym składnikiem organizmów kręgowców, z biologiczno-medycznego punktu widzenia niezwykle istotne byłoby znalezienie miar pozwalających wykrywać patologiczny kolagen tzn. taki, który pojawia się w ludzkiej skórze i tkankach w różnorodnych chorobach, procesach degeneracyjnych i w procesie starzenia się.

Kolejne zastosowanie opracowanych algorytmów było związane z przetwarzaniem zdjęć lotniczych i satelitarnych, a w szczególności z ekstrakcją i rekonstrukcją sieci dróg lub rzek na zdjęciach zniekształconych szumami lub zawierających niepełną informację (np. rzeki „poprzerywane” mostami, drogi „poprzerywane” skupiskami drzew).

Na zakończenie warto podkreślić „interdyscyplinarność” samego zespołu autorów wyróżnionej pracy, który można uznać za modelowy dla badań stosujących matematykę. W jego skład wchodzi dwaj informatycy związani z matematyką komputerową (Żelawski i Krajniak), lekarz (Gryglewski), fizyk (Han) oraz matematyk, a zarazem informatyk pracujący w matematyce komputerowej, lider zespołu – profesor Marian Mrozek.

Dodam tylko, że prof. Mrozek jest jednym z najwybitniejszych polskich matematyków, współtwórcą matematyki komputerowej. Ma istotny wkład w topologiczną teorię układów dynamicznych. W roku 1995 Encyklopedia Britannica uznała jego „computer assisted” dowód istnienia chaosu w równaniu Lorentza za drugie największe osiągnięcie roku w matematyce po dowodzie Wielkiego Twierdzenia Fermata podanym przez Andrew Wilesa. Dowód został wyprowadzony wspólnie z Konstantinem Michaikowem z GIT.

Prof. Mrozek realizuje obecnie duży europejski grant z metod obliczeniowych w teorii homologii persystentnych.

Praca w takim zespole na pewno pomoże doktorowi Żelawskiemu osiągnąć kolejne istotne wyniki.

---

*prof. dr hab. Waław Marzantowicz*

*Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Wydział Matematyki i Informatyki, kierownik Zakładu Geometrii i Topologii, wiceprezes zarządu głównego Polskiego Towarzystwa Matematycznego*

*Główne zainteresowania*

- *metody topologiczne w analizie nieliniowej*
- *zastosowania teorii punktów stałych (liczba Lefschetza, liczba Nielsena) w układach dynamicznych*
- *metody analizy funkcjonalnej, analizy zespolonej i teorii osobliwości w nieliniowych równaniach różniczkowych*

*Laureat Nagrody Głównej PTM im. Stefana Banacha w roku 2003.  
Laureat Nagrody Ministra Nauki i Informatyzacji w roku 2006.*

# MATEMATYKA BARDZIEJ INTERESUJĄ METODY NIŻ SAM WYNIK

O tym, jak matematycznie opisać zachowanie metalowej płyty na sprężystym podłożu i o tym, dlaczego matematyka bardziej interesują metody niż sam wynik z dr. hab. Joanną Janczewską rozmawiała Zuzanna Marcińczyk.



Joanna Janczewska,  
lauretką nagrody dla  
najlepszej uczoney w konkursie  
na najlepszą pracę z matematyki

– Nagrodzona praca, jak rozumiałam, dotyczy metody pozwalającej przewidzieć lub obliczyć sposób odkształcenia płyty leżącej na sprężystym podłożu. A Pani powie mi więcej.

– Zaczniemy od tego, że elastyczne płyty są podstawowymi elementami wielu konstrukcji. Pokrywy ulicznych studzienek, blaty stołów, panele ściennie i dachy budynków to tylko kilka dobrze znanych przykładów czegoś, co ma strukturę płyty. Fakt ten wyjaśnia szerokie zainteresowanie w inżynierii lądowej i naukach stosowanych badaniem różnych modeli elastycznych płyt.

Matematyczne metody rozwiązywania zagadnień płytowych rozwijane są od czasu, gdy Sofia Germain w 1811 roku przedstawiła Akademii Francuskiej swą pracę na temat zginania płyty. Ciekawostką jest fakt, że nagrodę za ściśle wyjaśnienie tego zjawiska ufundował sam Napoleon Bonaparte.

Nagrodzona praca dotyczy równań typu von Kármána. Są one młodsze od równań Germain o 99 lat i stanowią dobrze znany i uznany model do opisu deformacji płyt. Zagadnienie, które rozważałam, opisuje odkształcenia kołowej płyty swobodnie podpartej na brzegu, poddawanej koncentrycznemu ściskaniu. W swoich badaniach stosowałam różne metody matematyczne, ze szczególnym uwzględnieniem teorii bifurkacji.

– Teoria bifurkacji należy do najważniejszych Pani zainteresowań naukowych. Czy Pani współpracuje z inżynierami, robi Pani coś na zlecenie

inżynierów, czy proszą Panią czasem o matematyczne wyliczenie zachowań jakiegoś materiału?

– Nie zajmuję się wyłącznie zagadnieniami bifurkacyjnymi. Moje zainteresowania naukowe są znacznie szersze. Tematyką odkształcania płyt zajęłam się w 2000 roku za namową prof. Andrzeja Borysowicza. Właśnie podjęłam pracę na Uniwersytecie Gdańskim i szukałam ciekawego tematu na rozprawę doktorską. Pan profesor dyskutował o różnych modelach matematycznych w mechanice sprężystej z prof. Czesławem Szymczakiem z Wydziału Inżynierii Lądowej i Środowiska Politechniki Gdańskiej. Model do „przebadania” matematycznego otrzymaliśmy właśnie od profesora Szymczaka. Natomiast nie chodziło o konkretne kawałki blachy, z której coś ma powstać. Raczej ciekawiło nas to, czy metody matematyczne, którymi my się posługujemy, są w stanie wykryć te zjawiska, które inżynierowie obserwują na co dzień. Chcieliśmy wiedzieć, czy możemy podjąć próbę przełożenia wiedzy matematycznej na konkretną rzeczywistość.

Powszechnie wiadomo, że matematyka teoretyczna znacznie wyprzedza możliwości aplikacyjne. Czasami jest tak, że inżynier woli policzyć pewne rzeczy za pomocą komputera, bo wie, że programy komputerowe dadzą mu jakieś konkretne rozwiązania, które może zweryfikować doświadczalnie.

– A matematyka szuka dalej?

– Matematyka nie do końca interesuje sam wynik. Dla nas istotne są defini-



cje, twierdzenia, metody. Zwłaszcza metody są bardzo ważne. Gdybyśmy mieli stosować wyłącznie techniki wymyślone 100 czy 200 lat temu do nowych zagadnień, to z pewnością skazani byłibyśmy na porażkę, a matematyka nie rozwijałaby się.

Profesor Borysowicz opisał mi model von Kármána widziany okiem inżyniera. Stosując metody teorii bifurkacji w połączeniu z teorią reprezentacji grup uzyskałam wyniki matematyczne, które potwierdziły to, co inżynierowie praktycy na co dzień obserwują robiąc doświadczenia na tego typu płytach czy blachach.

– *Duet profesora inżyniera i profesora uniwersyteckiego był bardzo udany?*

– Według mnie oni się bardzo dobrze rozumieli. Pracowali wspólnie nad wieloma projektami.

– *W 2004 roku już po doktoracie przeniosła się Pani na Politechnikę Gdańską.*

– Namówiły mnie do tego dwie osoby: prof. Kazimierz Gęba i prof. Marek Izydorek. Ten drugi zaczynał właśnie tworzyć Katedrę Analizy Nieliniowej. Starał się wzmocnić zespół, a że był jednym z recenzentów mojej pracy doktorskiej, wiedział czym się zajmuję. Zналиśmy się także dlatego, że już wtedy uczestniczyłam w seminarium z analizy nieliniowej, którym obydwa panowie kierują.

Kiedy przeszłam na Politechnikę, zajęłam się zagadnieniami związanymi z badaniem istnienia i krotności rozwiązań homo- i heteroklinicznych w układach Hamiltonowskich. I z tej problematyki uzyskałam habilitację w styczniu 2012 roku na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Obecnie opiekuję się naukowo trojgiem młodych ludzi. Rozwiązujemy zarówno problemy dotyczące istnienia i krotności rozwiązań dla układów Hamiltonowskich, jak i zagadnienia z teorii sprężystości.

– *Tworzy Pani więc swój mały zespół. Piękne to jest w nauce, że zespoły tworzą się jakby przez pączkowanie.*

– Szczególnie w matematyce naturalne jest to, że młodzi ludzie bez doświadczenia w pracy naukowej potrzebują przewodnika. Z kolei doświadczony naukowiec, żeby wciąż się rozwijać potrzebuje młodych ludzi, którzy stawiają mnóstwo, często ciekawych pytań.

– *W jakiej katedrze Pani właściwie pracuje, bo można spotkać ślady Pani działalności w Katedrze Rachunku Prawdopodobieństwa i Biomatematyki, a także w Katedrze Analizy Nieliniowej.*

– Sercem pracuję w Katedrze Analizy Nieliniowej, ciałem w Katedrze Rachunku Prawdopodobieństwa i Biomatematyki. W czerwcu 2012 przeszłam do tej drugiej na własną prośbę, a jest to związane wyłącznie z wymogami nowej ustawy. Kierownik Katedry Analizy Nieliniowej jest moim mężem i nie może być moim bezpośrednim przełożonym. Gdyby kierownicy katedr byli wybierani w drodze konkursu a nie mianowani, takie zabiegi nie byłyby konieczne.

– *Swojego męża poznała Pani już na politechnice?*

– Poznałam go w 2001 roku na seminarium z analizy nieliniowej w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk w Sopocie. W 2002 roku został recenzentem mojej pracy doktorskiej. Dwa lata później pisaliśmy wspólny artykuł. Wie Pani jak to bywa, czasami poza matematyką zaiskrzy coś więcej.

– *Na zdjęciach z różnych konferencji matematycznych widzę niewiele kobiet, jest was mniej w matematyce, po prostu? Pani odczuwa jakieś problemy z tym związane, jakiś szklany sufit itp. Czy kobiecie trudno jest funkcjonować w męskim środowisku?*

– W zasadzie dobrze się czuję w środowisku uczelnianym i nie zauważam zjawiska podziału na panie i panów. Gdyby się jednak przyjrzeć dokładnie Wydziałowi Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej PG, to kobiety nie pełnią żadnej z funkcji

— ulubiony cytat —

*Matematyka jest uniwersalna, nie ma rzeczy, która by była jej obca.*

/Hugo Steinhaus/

Joanna Janczewska

*adiunkt, Politechnika Gdańska, Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej*

*specjalność naukowa: metody wariacyjne i topologiczne w analizie nieliniowej*

*nagrodzona praca: Multiple bifurcation in the solution set of the von Kármán equations with S1-symmetries; Bull. Belg. Math. Soc. Simon Stevin Volume 15, Number 1 (2008), 109-126*

*kontakt: janczewska@mif.pg.gda.pl*

*www.mif.pg.gda.pl/homepages/janczewska*

*wiek: 38 lat*

*hobby: długie spacery brzegiem morza z rodziną*

*gdyby miała więcej czasu, namówiłaby męża na kurs tańca, bo oboje bardzo lubią tańczyć*



POLITECHNIKA

Bałtycki Fest

[www.Festival.pg.gda.pl](http://www.Festival.pg.gda.pl)

Uczestnicy gali ogłoszenia wyników konkursu na najlepsze prace z matematyki i jej zastosowań. Politechnika Gdańska, 24 maja 2013.

GDANSKA

Biennale Nauki

www.festival.pg.gda.pl



dziekańskich. Nie ma też pań wśród kierowników katedr mimo, że na wydziale pracują panie ze stopniem doktora habilitowanego. Wydaje mi się, że po części spowodowane jest to faktem, że nominacje kierownicze nie odbywają się w drodze konkursów. Konkursy dawałyby możliwość zatrudniania przede wszystkim najlepszych, również kandydatów z innych jednostek naukowych, w tym zmian w Statucie PG.

Nigdy nie byłam feministką. Uważam, że natura sama ustawiła priorytety kobiet. Większość z nich czuje się spełnionymi, gdy ma satysfakcję w życiu zawodowym, ale także osobistym, czyli wiele z nas chce mieć po prostu rodzinę. Połączenie tych ról nie zawsze jest łatwe, wiąże się

z przerwami na urlop macierzyński, wychowawczy itd.

Razem z mężem jesteśmy naukowcami. Pracujemy w tej samej dziedzinie. Często jest tak, że oboje chcielibyśmy uczestniczyć w jakiejś konferencji i wtedy wiadomo, że trzeba podjąć wybór, kto zostanie z dzieckiem.

Na pewno nie czułabym się osobą spełnioną, gdybym nie miała rodziny. Trzeba po prostu wypracować sobie sposób na życie, który pozwala zająć się pracą i domem, i umieć sobie powiedzieć, że nie jestem doskonała.

– *Opracowała Pani coś co nazywa Pani schematem aproksymacyjnym.*

– *Moja metoda aproksymacyjna służy do badania istnienia rozwiązań homoklinicznych dla układów Hamiltonowskich, opisujących ruch planet.*

Najkrócej mówiąc, pod pewnymi warunkami, rozwiązanie homokliniczne można otrzymać jako granicę rozwiązań okresowych rodziny układów równań odpowiednio stowarzyszonej z tym wyjściowym układem Hamiltonowskim. Oczywiście ta problematyka nie ma nic wspólnego z deformacjami płyt.

– *Pani metoda weszła do podręczników akademickich?*

– *Praca, która ją opisuje weszła w skład mojej rozprawy habilitacyjnej. A odpowiadając na Pani pytanie, w bazach Web of Knowledge i MathSciNet odnotowano wiele publikacji, w których inni matematycy stosują moją metodę.*

– *Dziękuję za rozmowę.*

---

## OPINIA CZŁONKA JURY O PRACY JOANNY JANCZEWSKIEJ

Praca pani Janczewskiej to bardzo ciekawy przykład teoretycznych wyników (m.in. zastosowanie twierdzenia Crandalla-Rabinowitza) do badania bifurkacji form równowagi cienkiej, okrągłej, elastycznej płyty pod wpływem sił ściskających. Badania dotyczą skomplikowanego układu nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych. Zatem jest to bardzo ładny przykład powiązania wiedzy teoretycznej z potencjalnymi zastosowaniami praktycznymi.

Prof. Mirosław Lachowicz

## JURY KONKURSU NA NAJLEPSZE PRACE Z MATEMATYKI, 2013

dr hab. Urszula Foryś, prof. nadzw. UW, Uniwersytet Warszawski

dr hab. Grzegorz Graff, prof. nadzw. PG, Politechnika Gdańska,  
przewodniczący jury

prof. dr hab. Mirosław Lachowicz, Uniwersytet Warszawski)

prof. dr hab. Wacław Marzantowicz, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu

prof. dr hab. Łukasz Stettner, Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk

prof. dr hab. Paweł Strzelecki, Uniwersytet Warszawski

prof. dr hab. Tomasz Szarek, Uniwersytet Gdański

## RADA NAUKOWA PROJEKTU CENTRUM ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI

prof. dr hab. Sergey Leble, Politechnika Gdańska

prof. dr hab. Danuta Makowiec, Uniwersytet Gdański

prof. dr hab. Krzysztof Narkiewicz, Gdański Uniwersytet Medyczny

dr hab. Henryk Leszczyński, prof. nadzw. UG, Uniwersytet Gdański

dr hab. Grzegorz Graff, prof. nadzw. PG, Politechnika Gdańska

## SKŁAD ZESPOŁU PROJEKTOWEGO CENTRUM ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI

dr hab. Grzegorz Graff, prof. nadzw. PG – kierownik projektu

dr Agnieszka Bartłomiejczyk – redakcja portalu

Paulina Krygier – asystent projektu

dr inż. Justyna Signerska – koordynator ds. szkoleń i organizacji

dr inż. Marcin Styborski – koordynator ds. platformy internetowej

mgr Dorota Szwonek – pracownik ds. obsługi finansowej i sprawozdawczości

# MATEMATYKA PODPOWIADA ROZWIĄZANIA

Prof. Urszula Foryś zajmuje się biomatematyką. Bardzo pociągają ją zastosowania matematyki w terapii chorób nowotworowych. Z profesorem Foryś o modelowaniu matematycznym, analizie i programowaniu zjawisk biomedycznych oraz o wielkich ciężarach rozmawiała Ewa Kuczkowska.



– Do Pani głównych zainteresowań należą m.in. zastosowania matematyki w biologii i medycynie. Interesuje mnie, jak modelowanie matematyczne pomaga w analizowaniu i rozumieniu procesów biologicznych? Czy matematyka ma wpływ na kluczowe problemy ludzkości, takie jak np. ratowanie ginących gatunków czy wynalezienie skutecznych leków?

– Matematyka jest niewątpliwie skutecznym narzędziem do analizowania procesów przyrodniczych, o czym dobitnie świadczą teorie fizyczne dokładnie opisane za jej pomocą. Co więcej, teoria względności jest najlepszym przykładem, że równania matematyczne mogą zasugerować coś, co wydaje się w zasadzie niemożliwe z punktu widzenia laika. Tak spektakularnych przykładów zastosowań matematyki w biologii czy medycynie raczej nie ma, ale można podać szereg innych, w których matematyka podpowiedziała rozwiązanie. Prawdopodobnie najbardziej znany jest problem odławiania w układzie drapieżnik-ofiara opisany przez Vito Volterrę za pomocą prostego układu dwóch równań różniczkowych. Współcześnie zasada mówiąca, że odławianie w takim układzie zawsze wpływa niekorzystnie na populację drapieżników jest bardzo dobrze znana ekologom, ale sto lat temu tak nie było i właśnie model Lotki-Volterry przyczynił się do wyjaśnienia tego zjawiska.

Z kolei w medycynie proste równanie dynamiki replikacji wirusa pokazało, że – wbrew początkowym

oczekiwaniom – dynamika wirusa HIV w pierwszej fazie rozwoju nie jest bardzo wolna, ale bardzo szybka. Inny ciekawy przykład to wykorzystanie wniosków płynących z matematycznego modelu powstawania krwinek czerwonych, tzw. modelu Lasoty-Ważewskiej. Prof. Maria Ważewska-Czyżewska wyciągnęła konkluzję, które przyczyniły się do opracowania nowej metody leczenia pewnych schorzeń, np. anemii polekowej.

Podane przykłady ograniczają się do prostych modeli opisanych równaniami różniczkowymi, którymi zajmuję się w swoich badaniach, ale można znaleźć także wiele innych przykładów zastosowań z różnych działów matematyki. Warto wspomnieć choćby teorię gier i wyjaśnienie za jej pomocą przebiegu walk rytualnych u różnych gatunków zwierząt. Takie przykłady można mnożyć, ale trzeba podkreślić, że ich główny wkład należy uznać za jakościowy, natomiast w przypadku np. leczenia chorób potrzebny jest nam opis ilościowy. Zatem z konieczności model matematyczny musi być bardziej rozbudowany i uwzględniać więcej parametrów, w szczególności także parametry specyficzne dla danego pacjenta.

Myślę, że odpowiednio zbudowane modele matematyczne mogą być bardzo pożyteczne, raczej nie tyle do wynajdywania skutecznych leków, ale do proponowania skuteczniejszych protokołów terapii. Lekarz często stoi przed wyborem odpowiedniego leku, a w przypadku chorób zaawansowanych, często trzeba stosować terapie

łączone. Jaki lek podać, w jakiej dawce, jak często, jak łączyć podawanie leków? To pytania bardzo istotne, a właściwa odpowiedź na nie może oznaczać wyleczenie pacjenta lub zasadnicze przedłużenie życia, podczas gdy zła, może nawet przyspieszyć proces chorobowy. Dlatego tak ważne jest, aby można było dobrać leczenie specyficzne dla danego pacjenta i w tym niewątpliwie jest w stanie pomóc matematyka.

– *Należy Pani do grupy biomatematycznej zajmującej się modelowaniem dynamiki nowotworów.*

– Nasza grupa biomatematyczna powstała w powiązaniu z realizacją międzynarodowych projektów dotyczących modelowania i leczenia procesów nowotworowych. Zaczęło się to pod koniec lat dziewięćdziesiątych z inicjatywy prof. Nocoli Bellomo z Turynu. Na jego zaproszenie dołączył do grupy prof. Mirosław Lachowicz, a wraz z nim ja. Z czasem powstała sieć międzynarodowa, której schemat zarysował się na spotkaniu w Oberwolfach, gdzie po raz pierwszy spotkałam wiele osób, z którymi do dziś nasza grupa współpracuje. Są to, m.in.: prof. Mark Chaplain z Dundee i prof. Zvia Agur z Bene Atharot (nie-daleko Tel Avivu). Właśnie z zespołem prof. Agur, która jest dyrektorem Institute for Medical Biomathematics w Izraelu, pracuję nad modelami terapii zindywidualizowanych, specyficznych dla pacjenta.

W latach 2000-2011 uczestniczyliśmy w trzech projektach w ramach piętego, szóstego i siódmego Programu Ramowego. Prócz zespołu z Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego w prace polskiej grupy zaangażowali się także doc. Jacek Waniewski z Instytutu Biocybernetyki i Inżynierii Biomedycznej PAN i prof. Andrzej Świerniak z Politechniki Śląskiej w Gliwicach. Dzięki funduszom europejskim kilko-ko z naszych studentów miało szansę na stypendia zagraniczne, a my przyjeśliśmy kilku doktorantów z innych krajów. Prace rozpoczęte w ramach

tych międzynarodowych projektów kontynuujemy do tej pory.

– *Jakie jest Pani największe naukowe marzenie?*

– Moim niewątpliwie największym marzeniem naukowym jest trwała współpraca z zespołem interdyscyplinarnym złożonym z lekarzy, biologów, matematyków, która mogłaby przyczynić się do zoptymalizowania terapii różnych chorób, głównie oczywiście nowotworowych. Wszak zajmuję się tą tematyką już od kilkunastu lat.

– *Od lat z sukcesem uprawia Pani kulturystykę i konkurencję wyciskania sztangi w leżeniu. Ma Pani na koncie wiele sukcesów, m.in. Mistrzostwo Świata kategorii Masters. Jaki jest Pani rekord życiowy, jeśli chodzi o sztangę? Skąd u naukowca zamiłowanie do siłowych dyscyplin?*

– Zadecydowały okoliczności. Mój ówczesny chłopak, a obecny mąż, Kuba studiował na Politechnice i miał do wyboru różne dyscypliny sportowe. Kolega z roku, Andrzej, namówił go na chodzenie na siłownię i tak trafili do warszawskiej „Syrenki”. W domu u Andrzeja wisiały plakaty, na których widniały wyrzeźbione ciała kulturystów i kulturystek. Szczególny niesmak budziły we mnie umięśnione kobiety. Gdy je

krytykowałam Andrzej mawiał, że nie sztuka krytykować, trzeba spróbować. Kiedy byłam na trzecim roku studiów doszłam do wniosku: „A co mi tam, spróbuję!”. Spróbowałam i tak już zostało do dziś. Na pierwszych mistrzostwach Polski zdobyłam srebrny medal w mojej kategorii wagowej. Rok później zlikwidowano kategorię wagową, a wprowadzono open. Wówczas zdobyłam brązowy medal. Jednak moją największą pasją jest dźwiganie ciężarów. Moje rekordy w wyciskaniu to 127,5 kg na treningu oraz 120 kg na Pucharze Polski. Wciąż trenuję, chciałabym jeszcze zaistnieć na arenie międzynarodowej.

Zdaję sobie sprawę z tego, że moje zamiłowanie do podnoszenia ciężarów może wydać się niejednemu bardzo dziwnym wyborem, zwłaszcza, że naukowiec kojarzy się raczej z ołówkiem niż ze sztangą w rękach.

Uprawianie tego sportu daje mi satysfakcję. Poza tym jestem niewątpliwie znacznie sprawniejsza fizycznie niż większość osób w moim wieku, ale to już nie wiąże się z uprawianą dyscypliną, tylko sportem jako takim. Natomiast akurat ta dyscyplina ma to do siebie, że można ją swobodnie uprawiać do późnej starości, nawet do śmierci.

– *Dziękuję za rozmowę.*

*dr hab. Urszula Foryś, prof. nadzw. UW*

*Uniwersytet Warszawski, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, kierownik Zakładu Biomatematyki i Teorii Gier*

*Główne zainteresowania*

- *układy dynamiczne: skończenie i nieskończenie wymiarowe*
  - *równania różniczkowe zwyczajnie z opóźnionym argumentem*
  - *zastosowania matematyki w biologii i medycynie – modele opisujące*
    - *działanie układu odpornościowego człowieka (różne typy infekcji, szczepienia, leki)*
    - *modele epidemiologiczne*
    - *modele dynamiki nowotworów*
- Autorka książki „Matematyka w biologii”, Warszawa, WNT 2005*  
*Współautorka tłumaczenia książki Mathematical Biology J.D. Murray – Wprowadzenie do biomatematyki, PWN 2006.*

# NIE BÓJMY SIĘ PROSTYCH METOD

Wysublimowane metody matematyczne są często zbyt skomplikowane, żeby można je było stosować w praktyce, lecz prostota jest największym atutem w świecie zastosowań. O tym, jak pogodzić te dwa światy i o tym, jak teorię chaosu zastosować do oceny zmienności rytmu serca. Z prof. Grzegorzem Graffem rozmawiała Zuzanna Marcińczyk



Grzegorz Graff

– Prof. Mirosław Lachowicz podczas gali ogłoszenia wyników konkursu powiedział, że w Gdańsku tworzy się autentyczne centrum matematyki stosowanej. Na Politechnice Gdańskiej bije polskie serce matematyki?

– Pięknie to pani powiedziała i bardzo chciałbym, żeby tak było. Na razie jednak stawiamy pierwsze kroki w dziedzinie zastosowań matematyki, ale możemy mieć nadzieję, że w perspektywie kilku lat uda nam się stworzyć mocny ośrodek. Obecnie w Polsce działa kilka prężnych grup zajmujących się zastosowaniami matematyki, na których możemy się wzorować. Wymienić tu można na przykład grupę zajmującą się zastosowaniami matematyki na Uniwersytecie Warszawskim, Centrum im. Hugona Steinhausa na Politechnice Wrocławskiej czy Centrum Zastosowań Matematyki IM PAN.

– Czym różni się matematyka czysta od stosowanej?

– Matematyka czysta to świat idei, który abstrahuje od świata realnego. Natomiast wciąż trwają dyskusje nad tym, czym właściwie jest matematyka stosowana.

Matematycy lubią wyrafinowane konstrukcje myślowe, co do których mogą być pewni o ich absolutnej poprawności. Natomiast współpracując z przedstawicielami innych nauk muszą często rezygnować z rygoru ścisłości. Powoduje to u matematyków pewien dyskomfort i jest przyczyną, że mało angażują się w tego rodzaju projekty. Ponadto wysublimowane metody matematyczne są często zbyt skompli-

kowane, żeby można je było stosować w praktyce, co sprawia, że trzeba je znacznie upraszczać, ale wtedy tracą one swe intelektualne piękno.

Z drugiej jednak strony to właśnie prostota jest największym atutem w świecie zastosowań. Pamiętam swoje zaskoczenie, kiedy dowiedziałem się o leczeniu pewnego schorzenia przy pomocy zastrzyków z gorącej wody. W pierwszej chwili wydawało mi się, że nie sposób tego nazwać ważnym odkryciem naukowym. A jednak, metoda ta została doceniona w świecie medycznym, gdyż jest skuteczna i tania, a surowce zawsze pod ręką. Nie bójmy się więc prostych metod, o ile mają one duży potencjał aplikacyjny!

– Jak widziałby Pan Profesor rozwój matematyki stosowanej w Polsce?

W pracach matematycznych często bywa tak, że wychodzi się od jakiegoś problemu praktycznego i buduje bardzo zaawansowaną teorię matematyczną. Natomiast często zdarza się, że owe praktyczne inspiracje są dość odległe od rzeczywistości. Wydaje mi się, że aby temu zaradzić, matematycy powinni ściślej współpracować z naukowcami z innych dziedzin. Zgadzam się w tym względzie z prof. Tadeuszem Nadzieją, który tak opisywał tę sytuację: „Ostatnio zobaczyłem pracę, która szczerze mnie ubawiła, autorzy tworzą matematyczny model kolonii bakterii, która ma kilka własności, na końcu pracy jest uwaga, że takiej kolonii przyroda nie zna, ale dla każdej wymienionej przez nich własności jest bakteria, która ją posiada!”



Dlatego przyszłością matematyki stosowanej są interdyscyplinarne zespoły wzajemnie inspirujących się naukowców, w których matematycy mają wiodącą rolę do odegrania.

Warto byłoby również, żeby teoretyczne wyniki uzyskane na bazie praktycznych problemów z powrotem przyłożyły do zagadnień, z których czerpało się inspirację. Aby wzmocnić trzeci człon w triadzie: praktyczna inspiracja – rozwój metod matematycznych – próba ich wykorzystania do źródłowych zagadnień.

– *Zechce Pan podsumować pierwszy rok funkcjonowania centrum.*

Centrum prowadzi działalność zgodnie z planem i staje się coraz bardziej rozpoznawalnym ośrodkiem na naukowej mapie Polski. Zorganizowaliśmy warsztaty z metod matematycznych w medycynie, gościliśmy dwóch naukowców zagranicznych z cyklami wykładów. Dużym sukcesem organizacyjnym była konferencja Między teorią a zastosowaniami – matematyka w działaniu, która zgromadziła ponad 60 uczestników i wykładowców (Będlewo, czerwiec 2013) i okazała się wartościowym forum wymiany myśli naukowej w zakresie zastosowań matematyki. Wspomnieć należy także

o monografiach, które wydajemy: już wkrótce się ukaże się pierwsza edycja pod red. pani dr Agnieszki Bartłomiejczyk, a kolejne edycje są w przygotowaniu – zapraszamy autorów do współpracy.

– *Zajmuje się Pan naukowo badaniem regularności rytmu serca – co matematyk ma do tego? W jakim urzędzeniu bądź medycznej metodzie analizy wyników badań mogą być przydatne Pańskie wnioski?*

Do badania regularności rytmu serca używam entropii, czyli miary nieuporządkowania albo inaczej mówiąc miary złożoności, dzięki której mogę badać jak bardzo skomplikowany jest system. Na podstawie różnego typu danych np. EKG bada się stopień złożoności rytmu serca. Na tej podstawie można wysunąć wnioski, np. że istnieje zagrożenie zdrowia pacjenta, albo że parametry zdrowotne gwałtownie pogarszają się i za chwilę może się wydarzyć coś złego. Zmiany entropii odzwierciedlają również stan organizmu, to czy człowiek jest zmęczony, zestresowany, wyczerpany.

Takie dane mogą mieć zastosowanie chociażby dla kierowcy, stanowić sygnał alarmowy, że musi zatrzymać

samochód i odpocząć, bo grozi mu niebezpieczeństwo. W ostatnich latach zwrócono uwagę na metody wykorzystywane w teorii chaosu do oceny zmienności rytmu serca. Okazuje się, że właśnie entropia może być przydatnym narzędziem do przewidywania momentu wystąpienia napadu migotania przedsionków jeszcze w trakcie normalnego rytmu. U chorych z wszczepionymi stymulatorami serca można dzięki temu przewidzieć wystąpienie tej groźniej arytmii. Co więcej, można by nawet z wyprzedzeniem zadziałać, np. automatyzując zmianę parametrów stymulacji. To pozwoliłoby uniknąć sytuacji niebezpiecznej i oczywiście kolosalnie wpłynęłoby na poprawę jakości życia pacjenta.

Obserwując wyniki EEG można z kolei przewidywać atak epilepsji, bo w tym przypadku spadek entropii również jest sygnałem, że zbliża się atak. W takiej sytuacji pacjent mógłby, zażywając leki, uniknąć bardzo przykrych, wyczerpujących organizm doświadczeń.

– *Dziękuję za rozmowę.*

*dr hab. Grzegorz Graff, prof. nadzw. PG*

*Politechnika Gdańska, Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej, kierownik Katedry Równań Różniczkowych i Zastosowań Matematyki, kierownik projektu Centrum Zastosowań Matematyki*

*Główne zainteresowania*

- *teoria punktów okresowych*
- *niezmienniki topologiczne w układach dynamicznych: indeks punktu stałego, liczba Lefschetza, liczba Nielsena, indeks Conley'a ich zastosowania*
- *dynamika dwuwymiarowa*
- *metody nieliniowe w kardiologii*

*Stypendysta Fundacji Fulbrighta (2006) w kategorii "Senior Fulbright Fellowship", Center for Dynamical Systems and Nonlinear Studies, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.*

# PRZEKROCZYĆ PRÓG SWOJEJ DYSCYPLINY

We współczesnej nauce panuje daleko posunięta wiara w to, że modele matematyczne w wielu przypadkach mogą dać więcej niż eksperymenty. O tym, czy matematyka będzie spełniała coraz większą rolę w naukach biologicznych i o tym, czy kariera naukowca może się opierać na matematyce stosowanej z prof. Mirosławem Lachowiczem rozmawiała Zuzanna Marcińczyk.



Mirosław Lachowicz

– *Pański zespół znalazł matematyczny model nowotworu? Rozwój nowotworu da się opisać w matematycznych równaniach?*

– Nie mówiłbym o modelu nowotworu, lecz raczej o zespole modeli. Każdy typ nowotworu, a nawet każdy etap rozwoju konkretnego nowotworu to może być inny model (inna struktura matematyczna). Rozwój nowotworu to bardzo skomplikowany proces i trudno spodziewać się, by jeden model mógł adekwatnie opisać wszystkie stadia rozwoju dla wszystkich nowotworów. Najczęściej to jest bardzo wiele modeli budowanych na różnych poziomach opisu (nazwałem to zespołem modeli). Dwa projekty europejskie, w których uczestniczyłem, dotyczyły modelowania, czyli opisu matematycznego zachowania się nowotworu na różnych poziomach – od poziomu makroskopowego po poziom podkomórkowy. Chodziło o to, aby stworzyć zespół wielu struktur matematycznych i spróbować opisać rozwój nowotworu i walkę nowotworu z układem immunologicznym na różnych etapach, a potem to wszystko matematycznie ze sobą połączyć. Nie jest więc tak, że znaleziono jeden model, ale duży zespół modeli oraz matematyczne związki (najczęściej o charakterze asymptotycznym) pomiędzy modelami, a dokładniej ich rozwiązaniami.

Warto dodać, że we współczesnej nauce panuje daleko posunięta wiara w to, że modele matematyczne w wielu przypadkach mogą dać więcej niż eksperymenty. Tych ostatnich nie można

przecież prowadzić na pacjentach. Lekarz często ma dylemat jakiego rodzaju terapię stosować dla danego nowotworu. Na przykład, jaki lek podawać, w jaki sposób: jednorazowo, w bliskich odstępach czasu, a może w sposób „ciągly”. Jest taka nadzieja, że poprzez badanie odpowiednich układów dynamicznych można odpowiedzieć na pytanie, która z możliwych terapii jest w danej sytuacji lepsza. W ramach dwóch projektów prawie przez 10 lat różne grupy w Europie badały te sprawy, ale wiadomo, że nie można jeszcze powiedzieć, że problem raka został rozwiązany. Niestety, tytuł informacji z Wiedzy i Życia z grudnia 2001, o rozpoczęciu naszych badań – „Dni raka zostały policzone” – można uznać jedynie za bardzo przedwczesny dowcip językowy.

Wierzę, że matematyka w biologii (lub medycynie) będzie spełniała taką samą rolę jaką spełnia w fizyce. Ta wiara jest powszechna, ale oczywiście tak być nie musi. Procesy biologiczne są bowiem zdecydowanie bardziej złożone. Co więcej struktury matematyczne, za pomocą których można je opisać, bywają tak skomplikowane, że trudno je analizować. Niemniej, jest to jakiś kierunek i pewne osiągnięcia w tym obszarze mamy. Coś się dzieje i mam nadzieję, nadal będzie się działo.

– *Mam wrażenie, że środowisko medyczne coraz pilniej przygląda się pracy matematyków.*

– W tej chwili wydaje się, że nie ma szansy na wielkie osiągnięcia w

ramach jednej dyscypliny, że trzeba wyjść i działać na poziomie interdyscyplinarnym. Musi być porozumienie między przedstawicielami różnych dziedzin. Wydaje mi się, że przyszłość nauki należy do takiego podejścia. Tymczasem struktura nauki, nie tylko zresztą polskiej, nie jest dostosowana do takiego modelu. Każdy jest premiiowany za osiągnięcia w swojej dziedzinie. Zwróćmy uwagę, że działalność interdyscyplinarną bardzo trudno jest oceniać i pojawia się pytanie, kto to powinien robić. Natomiast jestem przekonany, że w przyszłości sukcesy będą odnosili nie ci, którzy, jak to się kiedyś mówiło, „wiedzą wszystko o niczym”, tylko ci którzy są w stanie kontrolować duży obszar wiedzy i w tym obszarze stosować dziedzinę, w której są specjalistami. Myślę, że wszystko będzie szło w tym kierunku i bardzo dobrze, że przedstawiciele nauk medycznych zaczynają sobie z tego zdawać sprawę. Aczkolwiek odległość jest gigantyczna. Porozumiewamy się w sumie tym samym językiem, lecz w zupełnie inny sposób. Przed nami więc bardzo długa droga, wymagająca dobrej woli ze wszystkich stron, które we współpracę interdyscyplinarną chciałyby wejść.

– Podstawową trudnością z matematyką stosowaną w Polsce jest to, że ma zdecydowanie uboższą tradycję (historyczną), niż matematyka teoretyczna – takie zdanie wygłosił Pan podczas dyskusji w Komisji Zastosowań Matematyki PAN z XI 2012. Proszę o kilka zdań komentarza, jaką pozycję zajmują współcześni polscy matematycy na świecie. Zwłaszcza uczeni zajmujący się matematyką stosowaną.

W tej chwili naukę uprawia się międzynarodowo. Jej sens jest właśnie taki, że granice terytorialne nie mają dla niej znaczenia. Oczywiście istnieje coś takiego jak promocja pewnych tematów w danym kraju. Matematyka teoretyczna w Polsce zawsze była bardzo silna. Wystarczy wspomnieć czasy przedwojenne, kiedy Polska

była jednym z ważniejszych centrów uprawiania matematyki (teoretycznej). Nazwisko Banacha czy innych wielkich matematyków tamtych czasów mówią same za siebie. Po wojnie pojawiły się tendencje, by wprowadzać trochę matematyki stosowanej, ale nie były one na tyle skuteczne, by można było powiedzieć, że w sposób istotny polska matematyka stosowana zaistniała w środowisku. Zainteresowanie obudziło się w ostatnich latach i mogę śmiało powiedzieć, że w tej chwili Polska niewiele się różni od innych krajów europejskich pod względem uprawiania matematyki teoretycznej i matematyki stosowanej. Oczywiście nie dorównujemy Wielkiej Brytanii, gdzie tendencja, by przede wszystkim uprawiać to, co użyteczne i to, co daje się bezpośrednio zastosować, była obecna zawsze. My jesteśmy bardzo daleko od takiego stanu. Ale gdybym miał porównać matematykę polską z matematyką włoską, z którą mam dość intensywne kontakty, mam wrażenie, że problemy

mamy mniej więcej podobne. Nasz poziom w konkurencji, w tym biegu do przodu, żeby coś osiągnąć, jest porównywalny proporcjonalnie do stanu liczbowego, którym dysponujemy. Widoczne są natomiast zmiany w środowisku, które wyraźnie premiuje matematykę stosowaną. Zresztą program Centrum Zastosowań Matematyki, realizowany w Gdańsku, również świadczy o otwartości środowiska na nowe działania.

Dawniej opieranie swojej kariery w Polsce wyłącznie na matematyce stosowanej nie było łatwe: środowisko nie było to tego przygotowane. W tej chwili, w zasadzie, matematyka stosowana staje się równoprawną gałęzią, czy równoprawną drogą rozwoju kariery naukowej. Myślę, że to jest dość optymistyczne. Naukowiec, to ten (używam tu rodzaju męskiego wyłącznie z powodów językowych), który opisuje świat, nasz realny świat.

– Dziękuję za rozmowę.

---

*prof. dr hab. Mirosław Lachowicz*

*Uniwersytet Warszawski, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, dyrektor Instytutu Matematyki Stosowanej i Mechaniki*

*Główne zainteresowania*

- równania różniczkowo-całkowe
- problemy osobliwie zaburzone
- procesy Markowa i zastosowania w teorii kinetycznej, biologii i medycynie

*Edytor w 7 czasopismach, m. in. Abstract and Applied Analysis (Hindawi Publishing Corporation), Mathematical Methods in the Applied Sciences (John Wiley and Sons, Inc.), Journal of Applied Mathematics (Hindawi Publishing Corporation), Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences (World Scientific).*

*Honorary Professor w School of Mathematical Sciences, Faculty of Science and Agriculture, University of KwaZulu-Natal, Westville, RPA, 2006-2008, 2012-2014.*

# MATEMATYKA I FINANSE

O monitorowaniu ryzyka finansowego mówi prof. Łukasz Stettner z Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk. Prof. Stettner jako kierownik Centrum Zastosowań Matematyki PAN odpowiada za funkcjonowanie Centrum Doskonałości z Matematyki Finansowej. Rozmawiała Ewa Kuczkowska.



Łukasz Stettner

– *Zajmuje się Pan Profesor bardzo praktyczną dziedziną: matematyką finansową i ubezpieczeniową. Jak oszacować, zmierzyć i co najważniejsze, zminimalizować ryzyko?*

– Wszelka działalność ludzka jest obciążona ryzykiem. Robiąc coś nie możemy być pewni rezultatu. W inżynierii zawsze istnieje niebezpieczeństwo, np. że budynek się zawali, a samolot nie wylądaje prawidłowo. Ryzykiem obciążone są też inwestycje oraz kredyty. Gdy firma ubezpieczeniowa, konkurując na rynku, zaprezentuje produkt, który będzie zbyt tani, może stracić swoją wypłacalność. Podobnie dzieje się w bankowości i w inwestycjach gospodarczych. Dlatego należy monitorować ryzyko. Brak monitorowania ryzyka był jednym z czynników, które spowodowały kryzys na rynkach ekonomicznych.

– *Jak ryzyko monitorować?*

– Jeśli chodzi o matematykę finansową i ubezpieczeniową, to istnieją jasne dyrektywy Unii Europejskiej mówiące, w jaki sposób kontrolować ryzyko. W Polsce funkcjonuje Komisja Nadzoru Finansowego, która czuwa nad tym, by nie doprowadzić do krachu finansowego. Dodam, że w monitorowaniu ryzyka istotną kwestią jest wybór miary, która powinna dawać nam sygnał, gdy zaczyna dziać się coś niewłaściwego. To jest bardzo trudny i otwarty problem, bowiem ryzyko może być mierzone w różny sposób i z różnym rezultatem. Niestety, obecnie nie ma uniwersalnego czynnika liczbowego, który szacowałby dokładnie wielkość ryzyka.

– *Jak inwestować optymalnie?*

– Zupełnie inaczej inwestuje pojedyncza osoba, a inaczej instytucja taka, jak Narodowy Bank Polski. Duże instytucje mogą w pewnym okresie czasu, starać się monitorować swoje inwestycje ustawiając tzw. benchmark strategiczny. W swojej pracy zajmowałem się ustalaniem benchmarku dla NBP, a dotyczyło to inwestowania kwot sięgających 50 miliardów euro. Banki najczęściej inwestują w obligacje rządowe, które nie są obciążone dużym ryzykiem. Na tych instrumentach można zarabiać więcej albo mniej, to kwestia odpowiedniego doboru składu portfela.

W skali kwartału, czy w skali miesiąca bank ustala procent kapitału, który chce zainwestować w euro, w papiery wartościowe o takim, czy innym okresie zapadalności, etc. Zupełnie inaczej wygląda kwestia udzielania kredytów. Instytucje zwykle zarabiają na kredytach, ale mogą też stracić. Trzeba starać się liczyć ryzyko. Tak, jak wspominałem, na razie nie ma uniwersalnych metod pomiaru ryzyka, ale specjaliści nad nimi pracują.

– *Na czym polega matematyczne modelowanie ryzyka?*

– Historyczne podejście, które stosowane było w bankach, polega na analizie wariacji, czyli odchylenia stopy zwrotu portfela od wartości średnich. To jest klasyczne podejście Markowitza. Jeśli odchylenie było za duże, to uważano, że inwestycja była ryzykowna. Potem zauważono, że jeżeli odchylenie jest powyżej wartości średniej, to sytuacja jest korzystna.

Natomiast odchylenie niekorzystne znajdowało się poniżej wartości średniej. To sugerowało wprowadzenie semiwariancji jako miary ryzyka. Było to jednak nadal modelowanie statyczne nie uwzględniające dynamiki modelu. Obecnie modeluje się z uwzględnieniem czynnika czasowego i zmienności modelu. Z modelowaniem ryzyka związana jest duża liczba instrumentów finansowych, które służą do zabezpieczenia się przed ryzykiem, są to np. opcje. Dla przykładu: jeżeli chcemy jechać na wakacje i planujemy kupić euro maksymalnie za 4,20 zł, to możemy wykupić opcję, która zagwarantuje nam, że walutę kupimy w takiej właśnie cenie. Jeśli przed wakacjami euro będzie kosztowało 4,10 zł, to nie skorzystamy z opcji. Ale gdy cena euro wzrośnie do 4,80 zł, to opłacalne będzie wykorzystanie opcji. Opcje służą do eliminacji ryzyka. Ale ile ów instrument powinien kosztować? Działanie instytucji finansowych takich, jak duże banki polega na tym, by wycenić dany instrument tak, aby był zarówno opłacalny, jak i konkurencyjny – by inne banki nie zaoferowały lepszego rozwiązania. I tutaj pojawia się potrzeba modelowania ryzyka.

Modelowanie ryzyka jest potrzebne każdej instytucji finansowej. Każdy bank podaje do Komisji Nadzoru Finansowego konkretny liczbowy parametr będący wartością narażoną na ryzyko. Parametr ten świadczy o sytuacji finansowej banku. Chociaż wskaźnik ten nie jest uniwersalny ani idealny, lepiej w sposób niedoskonały mierzyć ryzyko, niż w ogóle go nie kontrolować.

– Czy jako matematyk chętnie podejmuje Pan ryzyko finansowe? A może duża wiedza powoduje asekuracyjne zachowanie?

– To czy ktoś jest zachowawczy, czy nie, zależy raczej od mentalności. Są ludzie, którzy są optymistycznie nastawieni i uważają, że zawsze wyjdą na swoje, inni to po prostu

pesymiści. Uważam, że jeśli ktoś podejmuje kredyt konsumpcyjny, to jest człowiekiem głupim. Z kolei jeśli ktoś wybiera kredyt inwestycyjny i kupuje sobie np. mieszkanie, to jest to normalna kolej rzeczy. Jeśli przedsiębiorca zaciąga kredyt, to jest kwestia jego biznesplanu i to znowu jest normalna kolej rzeczy. Kluczowa jest kwestia podjęcia decyzji i skalkulowania. Dana osoba inwestując może nie analizuje kryteriów liczbowych jak matematyk finansowy czy specjalista analityk, ale porównuje i stara się zrozumieć, ile ryzykuje. Przecież wchodząc w dany przetarg firma budująca autostrady powinna się zastanowić, co należy zrobić, aby na tej inwestycji zarobić. Dlatego firma ta powinna przeprowadzić rozsądny rachunek ekonomiczny, by zakończyć inwestycję pozytywnie. Zatem do wszelkich inwestycji należy podchodzić po prostu rozsądnie, czytać umowy, nawet fragmenty spisane małym drukiem.

– Proszę odpowiedzieć, jak z sukcesem zagrać na giełdzie?

– Jakiś czas temu prowadziłem wykład z matematyki finansowej na studiach MBA. W przerwie podeszło do mnie dwóch panów z intratną propozycją: „My dajemy kapitał, pan mówi jak grać. W zamian otrzyma pan 10 proc. zysku”. Kiedy odmówiłem, porozmawiali kilka minut i zaproponowali mi 20 proc. Wówczas

powiedziałem: „Panie kochany, czy pan myśli, że gdybym znał receptę na wygraną, to bym w niedzielę wykladał trzy godziny z rzędu zamiast wypoczywać w ciepłych krajach?”

W przypadku pojedynczej osoby, czy pojedynczego zdarzenia nie jesteśmy w stanie zagwarantować pewnego scenariusza. Zresztą my mówimy zawsze o prawach dużych liczb, tzn. możemy zabezpieczyć się, że z dużym prawdopodobieństwem będziemy mieli sukces. Ale w pięciu na sto przypadków możemy przegrać. Duży bank nie tylko się zabezpiecza, ale i ma świadomość, że na niektórych kontraktach straci. Ważne, że sumarycznie wyjdzie na plus. Na tym polega tajemnica rozumowania największych instytucji finansowych.

Ja nie znam recepty na wygraną na giełdzie, natomiast proszę zawsze starać się identyfikować ryzyko. Tutaj nie ma uniwersalnej miary, ale każdy z nas produkuje swoją miarę ryzyka. Przecież przed zaciągnięciem kredytu każdy zastanawia się np. czy żona będzie pracowała i jaki procent jesteśmy w stanie zaoszczędzić. Często zakładamy też negatywne scenariusze np. czy będziemy wypłacalni, gdy szef nie da podwyżki, a urodzą się dzieci. Każdy stara się kalkulować. Ja zajmuję się kalkulacją ryzyka w przypadku dużych instytucji, globalnie.

– Dziękuję za rozmowę.

*prof. dr hab. Łukasz Stettner*

*Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk, zastępca dyrektora ds. naukowych, kierownik Zakładu Teorii Prawdopodobieństwa i Matematyki Finansowej*

*Główne zainteresowania*

• *teoria prawdopodobieństwa (procesy stochastyczne, teoria ergodyczna procesów Markowa)*

• *teoria sterowania stochastycznego*

• *matematyka finansowa*

*Laureat prestiżowych nagród, m.in. Nagrody PTM im. Hugo Steinhaus, 2005.*

# MATEMATYKA DLA KAŻDEGO

Rozmowa z prof. Pawłem Strzeleckim, autorem wielu prac, esejów i artykułów popularyzujących matematykę, także w gronie niespecjalistów. Profesor należy do entuzjastów wierzących, że każdy myślący laik może zrozumieć, a nawet polubić matematykę. Rozmawiała Ewa Kuczkowska.



Paweł Strzelecki

– *Co jest najważniejsze w zaawansowanej, tak zwanej prawdziwej matematyce?*

– To samo, co w innych dziedzinach: upór, systematyczność i pracowitość, otwartość i gotowość do słuchania innych, a także odrobinka talentu. Warto mieć marzenia, także naukowe, i dotrzymywać im wierności. Pod tym względem matematyka nie różni się np. od biologii czy historii.

– *W jaki sposób – i czy to w ogóle możliwe – popularyzować matematykę w Polsce?*

– Jak? Pisać, opowiadać, nie odmawiać, gdy uczniowie albo studenci proszą o rozmowę czy wykład. Natomiast wtręt „i czy to w ogóle możliwe” powinienem zignorować... Nagradzane i rozchwytywane są na przykład książki Krzysztofa Ciesielskiego i Janusza Pogody, których ostatnia publikacja „Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce”, wydana w 2013 roku, wygląda naprawdę jak dzieło sztuki. Książka ma formę dialogu amatora z matematykiem i porusza kilkanaście interesujących tematów, mówi między innymi o relacji matematyka – sztuka, a także prezentuje łamigłówki matematyczne. Warto przywołać także liczący już czterdzieści lat fenomen miesięcznika „Delta”. To wydawane na Uniwersytecie Warszawskim pismo nie ma odpowiednika w żadnym kraju Europy. A za sprawą organizowanego przez redakcję „Delt” Konkursu Prac Uczniowskich z Matematyki polska młodzież odnosi sukcesy w Konkursie Prac Młodych Uczonych Unii Europejskiej EUCYS. Co ciekawe, od 1995

roku do finału konkursu EUCYS obejmującego wszystkie dziedziny nauki młodzi Polacy wysłali 24 prace, w tym dziewięć z matematyki. Osiem z tej dziewięćki zdobyło medale! Żaden inny kraj Unii nie zdobywa w EUCYS takiej liczby nagród za matematykę.

– *Podczas lektury Pańskiej „Matematyki współczesnej dla myślących laików” można odnieść wrażenie, iż książka właściwie wolna jest od trudnej terminologii. To sposób na pokazanie innego, nie szkolnego oblicza matematyki?*

– To nie jest prawda, że ta książka jest wolna od trudnej terminologii. Dokładałem natomiast starań, żeby każdemu fachowemu terminowi towarzyszyło opisowe, możliwe przystępne i potoczne wyjaśnienie, a najlepiej także jedna, czy dwie nieformalne analogie. W przypadku terminologii ważniejsze, wbrew pozorom, od rozróżnienia „łatwa-trudna”, jest to, czy chodzi o zbitki słów znane, utarte i zrozumiałe, albo choćby akceptowalne. Na przykład wiele terminów z fizyki jądrowej jest po prostu utartych od lat i dlatego przeciętny zjadacz chleba je przyjmuje, co nie znaczy, że je rozumie. Inaczej jest z nowymi słowami słyszczanymi po raz pierwszy i przez to odruchowo odrzucanymi. Rzeczywiście, zależało mi na pokazaniu innego, nie szkolnego, oblicza matematyki. Ale ocena, na ile to się udało, należy do czytelników, nie do mnie.

– *Podczas konferencji inaugurującej Centrum Zastosowań Matematyki Politechniki Gdańskiej wygłosił Pan wykład dedykowany „Matematyce baniek*

*mydlanych". Na czym polega matematyczność bańki mydlanej?*

– Modelem błony mydlanej, rozpiętej np. na wygiętym druciku, jest powierzchnia o danym brzegu i o minimalnym polu. Poszukiwanie i badanie takich powierzchni zajmowało matematyków od XVIII wieku, a ludzką fascynację podobnymi zadaniami widać już w starożytności. Wspomnijmy choćby mit o Dydonie, którego bohaterka tnie skórę wołu w paski i układa je wzdłuż okręgu, tak, aby – przy danej długości „ogrodzenia”! – opasać skrawek ziemi o

największym polu. Dziś powierzchnie minimalne i różne ich koleżanki nie tylko fascynują matematyków, ale i znajdują zastosowania np. w chemii, krystalografii, czy inżynierii – i to w tak egzotycznych zagadnieniach, jak np. dostarczanie paliwa do silnika statku kosmicznego, znajdującego się w stanie nieważkości.

– *Proszę zdradzić sposób na zmierzenie objętości za pomocą nitki?*

– Matematycy są jak Francuzi – mawiał Goethe – zaraz wszystko przekładają na swój własny język i od tej pory znaczy to zupełnie co innego.

Chodzi o to, że z abstrakcyjnego punktu widzenia objętość i długość są niemal tym samym. Można tak fantazyjnie poukładać wewnątrz sześcianu idealnie rozciągliwą nić z podziałką, że odczytywanie z owej rozciągniętej podziałki długości fragmentów nitki zawartych w jakimś zupełnie dowolnym obszarze w przestrzeni, będzie dawać wynik równy objętości tego obszaru. Po szczegóły odsyłam do tekstu Piotra Hajłasza z mojego w „Delcie”, do znalezienia w sieci.

– *Dziękuję za rozmowę.*

---

*prof. dr hab. Paweł Strzelecki*

*Uniwersytet Warszawski, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, prodziekan ds. badań i współpracy międzynarodowej, kierownik Zakładu Równań Różniczkowych*

*Główne zainteresowania*

- *nieliniowe równania eliptyczne*
- *przekształcenia harmoniczne i p-harmoniczne*
- *przestrzenie Sobolewa*

*Nagroda im. Jerzego Kuryłowicza za najlepszy przekład książki z dziedziny matematyczno-przyrodniczej.*

*Honorowe wyróżnienie im. Prof. Hugona Steinhausa za upowszechnianie matematyki w mediach, 2003*

*Stypendium badawcze Aleksandra von Humboldta, 1999.*

# METAFIZYKA MA RACJĘ BYTU

O związku matematyki i filozofii, dowodach na istnienie Boga, marzeniach naukowych oraz o pięknie odkrywania prawd matematycznych z prof. Tomaszem Szarkiem rozmawiała Ewa Kuczkowska.



Tomasz Szarek

*– Jest Pan Profesor zarówno matematykiem, jak i filozofem. Gdzie spotykają się te dziedziny?*

– Rzeczywiście param się tymi dziedzinami wiedzy. Cała dziedzina filozofii zwana filozofią nauki zajmuje się między innymi fenomenem matematyki i jej chociażby zaskakującą skutecznością w opisie świata przyrodniczego. Matematyka, a zwłaszcza jej podstawy, myślę tu o tzw. twierdzeniach limitacyjnych i najbardziej spośród nich znanym twierdzeniu Kurta Godla, dostarczają bogatego materiału do analiz w teorii poznania. Sama teoria matematyczna, uchodząca już od starożytności za wzór teorii naukowej, jest inspiracją i wyzwaniem dla filozoficznych rozumowań.

*– Przygotowuje Pan doktorat z zakresu filozofii analitycznej pt. „Problem Boga w filozofii Alвина Plantingi”. Szczególnie interesuje mnie, co Pan Profesor sądzi o stwierdzeniu Plantingi mówiącym, iż nie ma dowodów na istnienie Boga, a wiara w Niego należy do tzw. podstawowych przekonań.*

– Właśnie ukończona i będąca w recenzji rozprawa doktorska zawiera rozważania matematyczne. Alvin Plantinga, prawie nieznan w Polsce, za to bardzo popularny w krajach anglosaskich filozof analityczny, zajmował się klasycznymi dowodami na istnienie Boga: dowodem z trzeciej drogi św. Tomasza, dowodem ontologicznym Anzelma z Canterbury i dowodami celowościowymi. Wyszukiwał w tych rozumowaniach te miejsca, w których ich autorzy czynili

nie do końca uprawnione założenia. Wiele zarzutów Plantingi – co staram się przedstawić w pracy doktorskiej, korzystając między innymi z tzw. logiki modalnej, której musiałem się na potrzeby doktoratu douczyć – ma także dość wątle podstawy. Istotnie, słusznie Pani zauważyła, Plantinga nie wierzy, wbrew temu, co mu się zarzuca (uchodzi za zdeklarowanego wyznawcę dowodów ontologicznych), w możliwość sformułowania przekonującego dowodu na istnienie Boga, ale takiego samego dowodu nie znajdzie Pani na istnienie drugiego człowieka. Jak przekonać np. wyznawcę solipsyzmu, który twierdzi, że wszystko to, co rzekomo istnieje, jest wytworem jego neuronów i całego układu nerwowego. Znana jest anegdota o wyznawczyni solipsyzmu, która pisała do Bertranda Russella – filozofa i matematyka – z prośbą o pośrednictwo w znalezieniu kontaktu z innymi solipsystami. Jasne, że trudno pozostać w życiu codziennym solipsystą, ale dowód, który zadowoliliby swą precyzją np. matematyka przyzwyczajonego do ścisłych, logicznych argumentów, że inny człowiek rzeczywiście istnieje, jest nieosiągalny. Podobna mi się u Plantingi stwierdzenie, że wiara w Boga i cała filozofia teistyczna nie jest irracjonalna. Jest hipotezą, która porządkuje i wyjaśnia świat, a życiu nadaje sens.

*– Leibniz twierdził, że Bóg myśli matematyką, a prawdy matematyczne są Jego myślami. Jak współczesny matematyk myśli o Bogu?*



– W moim życiu ścierają się teologia apofatyczna – o Bogu nic nie potrafimy powiedzieć, z współczesnym tomizmem – jednak, per analogia – potrafimy coś o Bogu powiedzieć. Metafizyka ma rację bytu. Oczywiście, inny jest poziom ścisłości moich rozmyślań filozoficzno-teologicznych, inny publikowanych prac matematycznych. Ale wcale nie uważam, że metafizyka i cała filozofia, są bezużyteczne. Ciekawą i wartościową próbę przynosi propozycja tzw. teologii procesu Alfreda Whiteheada, spopularyzowana w Polsce przez mojego najważniejszego filozoficznego nauczyciela, Józefa Życińskiego, która tę bożą rzeczywistość czyni dynamiczną. Obecnie czytuję ważnego filozofa z tego nurtu Charlesa Hartshorne'a. Moje myślenie o Bogu rozwija się przede wszystkim w dyskusji z ważnymi tekstami, ostatnio na przykład odkryłem znakomitą monografię Briana Leftowa, profesora z Oksfordu pt. „God and Necessity”.

– *Jakie zagadnienia matematyczne szczególnie Pana interesują i jakie są pańskie naukowe marzenia? Może od dawna zajmuje Pana jakaś matematyczna metoda?*

– Oczywiście mam w szufladzie wiele problemów, o których myślę. Wie pani, ja jestem trochę nie z tej epoki, nie mam bowiem jakiegoś szczególnego parcia na nowe wyniki naukowe i ich publikację. Sam proces formułowania hipotez, rozmyślenia, zmagania się z materią matematyki, próby zrozumienia jest najważniejszy. Jest w matematyce hipoteza dotycząca własności wykresu pewnej ważnej funkcji, tzw. funkcji Weierstrassa. Wielu wybitnych matematyków połamało na niej zęby. Poświęciłem i ja temu problemowi dużo czasu, pracując jeszcze z moim Mistrzem śp. prof. Andrzejem Lasotą. I nie dalej jak kilka dni temu dostałem e-maila z pracą, w której pewna nikomu nieznaną Włoszka podaje rozwiązanie tej hipotezy. W tej chwili zmagam się z jej pracą, która moim zdaniem jest jednak całkowicie błędna. Przyszłość zapełni zapewne próba zrozumienia tego problemu. Poza tym mam nadzieję, że znajdę czas na współpracę z moimi kolegami, wybitnymi matematykami: prof. Tomaszem Komorowskim i prof. Szymonem Peszatem z Instytutu Matematycznego PAN w Warszawie, a także prof. San-

drem Hille z Uniwersytetu w Leiden. Rozwija się też współpraca z fizykami. Właśnie kończymy pisać artykuł z Benoitem Collinsem z Uniwersytetu w Ottawie i prof. Karolem Życzkowskim z Uniwersytetu Jagiellońskiego. Zajęcia na przyszłość nie zabraknie.

– *Czy w matematyce wszystko jest pewne/prawdziwe?*

– Matematyka uchodzi za ideał wiedzy pewnej. Oczywiście są błędne twierdzenia, a za ich nieprawdziwością stoją ludzkie słabości, zmęczenie, nieuwaga. Myślę jednak, że zdecydowana część wyników jest precyzyjna i prawdziwa.

Matematyka nieprawdopodobnie się rozrasta, dawno straciliśmy nad nią kontrolę, nikt nie ogarnia tej dziedziny. Po wojnie udowodniono kilkanaście milionów twierdzeń. Teoria matematyczna budowana jest jak piramida, dlatego ważna jest selekcja wyników, publikowanie ich w poważnych, recenzowanych czasopismach. Nie wiem, w jakim kierunku zmierza rozwój nauk matematycznych. Jednak myślę, że przyszłość nas jeszcze nie raz zaskoczy.

– *Dziękuję za rozmowę.*

---

*prof. dr hab. Tomasz Szarek*

*Uniwersytet Gdański, Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki, z-ca dyrektora ds. nauki w Instytucie Matematyki UG*

*Główne zainteresowania*

- *teoria prawdopodobieństwa (procesy stochastyczne, analiza stochastyczna, stochastyczne równania różniczkowe)*
- *równania różniczkowe*
- *matematyka stosowana*

*Nagroda Fundacji Marka Waclawka przyznana za rozprawę doktorską (1997).*

*Nagroda im. Waclawa Sierpińskiego (2005).*

# CENTRUM ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI W LICZBACH

*„Matematyka posiada potencjał, który trzeba rozwijać, gdyż jest on bardzo ważnym czynnikiem dla rozwoju przemysłu europejskiego i zasługuje na szczególne wsparcie.”*

*Źródło: Raport Europejskiej Fundacji Nauki  
„Forward Look: Mathematics and Industry” dla Komisji Europejskiej, 2010*

1 958 132 PLN | wysokość dofinansowania ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Kapitał Ludzki  
1 września 2012 – 31 sierpnia 2015 termin realizacji projektu Centrum Zastosowań Matematyki  
1/2 uczestników stanowić będą matematycy, a połowę przedstawiciele innych nauk  
Jednym z ważniejszych celów projektu Centrum Zastosowań Matematyki jest wspieranie kariery naukowej kobiet. Szczególnie zapraszamy uczone do uczestnictwa w projekcie.

ZADANIA PROJEKTU

- platforma internetowa
- cykl sześciu warsztatów Matematyka dla przemysłu i gospodarki
- trzy konferencje Matematyka i gospodarka: między teorią a zastosowaniami
- wizyty dziesięciu zagranicznych naukowców z cyklami wykładów i konsultacji
- organizacja trzech konkursów na najlepsze prace naukowe dotyczące zastosowań matematyki
- przygotowanie trzech publikacji monograficznych

WYZWANIA *„Pomiędzy nauką a gospodarką istnieje przepaść”*

*Źródło: Z Raportu o kapitale intelektualnym Polski, 2008*

- współczesna matematyka przeżywa okres dynamicznego rozwoju, jednak bardzo długo zajmuje transfer jej przełomowych osiągnięć do innych nauk i w dziedzinę zastosowań
- brakuje pomostów, którymi mogłyby one zostać przybliżone w środowiskach uczonych i praktyków wykorzystujących matematykę w projektach o aplikacyjnych charakterze

# W CIĄGU ROKU UDAŁO SIĘ ZROBIĆ W CENTRUM ZASTOSOWAŃ MATEMATYKI

## KONFERENCJE

- Konferencja inauguracyjna z wykładem popularnonaukowym „Matematyka baniek mydlanych” – prof. dr. hab. Pawła Strzeleckiego z Uniwersytetu Warszawskiego, Politechnika Gdańska, 29 października 2012
- Między teorią a zastosowaniami – matematyka w działaniu Będlewo, 16-22 czerwca 2013

## WARSZTATY

- Metody matematyczne w medycynie, Politechnika Gdańska, 7-9 lutego 2013
- Modelowanie matematyczne i współpraca interdyscyplinarna, Politechnika Gdańska, 26-28 września 2013

## WIZYTY GOŚCI ZAGRANICZNYCH

- prof. Alberto Porta z Uniwersytetu Mediolańskiego, Nieliniowe metody w medycynie – seria wykładów pt. Quantifying complexity of the cardiovascular control via spontaneous variability of physiological variables, Politechnika Gdańska, 18-20 lutego 2013
- prof. José María Amigó z Universidad Miguel Hernández Alicante, Nieliniowe metody w medycynie – seria wykładów pt. Nonlinear time series analysis, with applications to Medicine, Politechnika Gdańska, 24-26 kwietnia 2013

---

Materiały z wykładów, warsztatów i konferencji można znaleźć w Bazie wiedzy na stronie internetowej Centrum Zastosowań Matematyki:  
[www.czm.mif.pg.gda.pl/baza-wiedzy/](http://www.czm.mif.pg.gda.pl/baza-wiedzy/)

---

## KONKURS

- Na najlepsze prace naukowe dotyczące matematyki i jej zastosowań, edycja I, 2013 termin nadsyłania zgłoszeń: 10 kwietnia 2013  
gala ogłoszenia wyników konkursu: 24 maja 2013, Politechnika Gdańska



[www.mif.pg.gda.pl](http://www.mif.pg.gda.pl)

#### KONTAKT

Centrum Zastosowań Matematyki  
Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej  
Politechnika Gdańska  
ul. Gabriela Narutowicza 11/12  
80-233 Gdańsk Wrzeszcz  
pokój 505, gmach B  
tel. 58 347 26 49  
dr inż. Justyna Signerska, koordynator ds. szkoleń i organizacji  
e-mail: [koordynator.czm@mif.pg.gda.pl](mailto:koordynator.czm@mif.pg.gda.pl)