



ANALIZA OPARTA NA WZORCACH I JEJ ZASTOSOWANIA

AGNIESZKA KACZKOWSKA

STRESZCZENIE. Analiza oparta na wzorcach jest obiecującą gałęzią analizy rzeczywistych danych, zyskującą coraz większą popularność. W niniejszej pracy opisane zostały sposoby definiowania wzorców porządkowych oraz entropii permutacyjnej. Zaprezentowano również możliwe zastosowania tej metody, szczególnie w badaniu zmienności rytmu serca. Na podstawie obliczeń dla różnorodnych grup pacjentów pokazano, jak kształtuje się rozkład wzorców porządkowych i wartości entropii permutacyjnej wraz ze zmieniającym się stanem serca.

1. WPROWADZENIE

W analizie rzeczywistych danych często stajemy przed problemem szukania kierunku zmian – bardziej niż same wartości interesują nas ich wzrosty i spadki. W poniższym artykule będziemy się skupiać na problemie, jak uporządkować kolejne wartości, zaniedbując zupełnie skalę różnic między nimi. Podejście to pozwoli nam odnajdywać pewne wzorce zachowań układu, które nie mogą być wychwycone przez inne metody.

Początków analizy porządkowej, bo tak można nazwać ten rodzaj podejścia do danych, należy szukać w artykułach C. Bandta i współpracowników [4, 5, 6], a także w artykułach K. Kellera [16, 15, 17]. Poszerzony opis pojęć związanych z analizą porządkową można znaleźć w książce J.M. Amigó [1], będącej podsumowaniem jego pracy nad tym tematem [2, 3].

Badanie rozkładu wzorców oraz opartej na nim entropii permutacyjnej znalazło zastosowanie w fizjologii, np. w analizie EEG [8, 17] czy zmienności rytmu serca [10, 12, 19], ale też w analizie badaniu danych giełdowych [13], szczególnie pod kątem efektywności rynków [25, 26]. Oprócz tych metod, które omówimy w dalszej części artykułu, stosowany jest też np. *order recurrence plot*, opisany np. w [14], pozwalający szukać zależności między kolejnymi wzorcami na wykresie podobnym do wykresu Poincarégo. Wyczerpujące podsumowanie dotyczące samej entropii permutacyjnej i jej zastosowań znajduje się w artykule M. Zanina [24].

W poniższym artykule skupimy się na zastosowaniach związanych z kardiologią. W pierwszej kolejności przedstawimy metody i sposób ich praktycznego zastosowania, a następnie omówimy wyniki, otrzymane dla rzeczywistych danych klinicznych.

2. WZORCE PORZĄDKOWE

Dany jest liniowo uporządkowany zbiór Ω . Dla rzeczywistych danych będziemy rozważać zwykłe relacje większości dla liczb rzeczywistych, ale można wyobrazić sobie użycie np. porządku leksykograficznego dla symboli literowych.

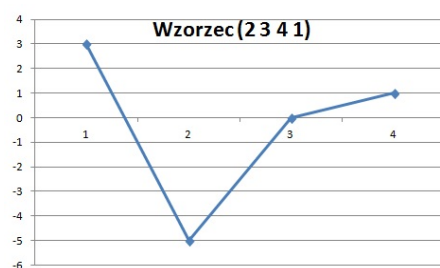
Definicja 2.1. Wzorec porządkowy, zdefiniowany przez elementy $x_1, \dots, x_L \in \Omega$, jest permutacją π z $\{1, \dots, L\}$, która porządkuje te elementy względem ich kolejności w Ω :

$$x_{\pi_1} < x_{\pi_2} < \dots < x_{\pi_L}.$$

Jeśli $x_i = x_j$, ustalamy, że $x_i < x_j$, gdy $i < j$. Zapisujemy $\pi = \langle \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_L \rangle$.

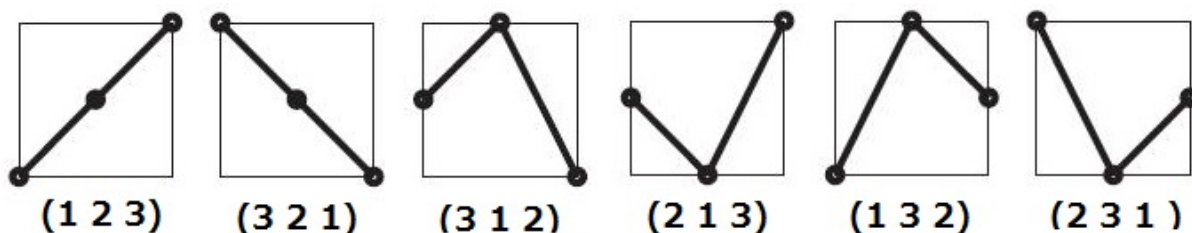
Zbiór porządkowych L -wzorców (wzorców długości L) będzie oznaczany S_L .

Przykład 2.2. Dla $x_1 = 3, x_2 = -5, x_3 = 0, x_4 = 1$ mamy $x_2 < x_3 < x_4 < x_1$, czyli $\pi = \langle 2341 \rangle$. Ilustruje to rysunek 1.



RYSUNEK 1. Wzorec porządkowy (2 3 4 1) z przykładu 2.2

Wszystkie wzorce długości $L = 3$ zostały przedstawione na wykresie 2.



RYSUNEK 2. Wzorce porządkowe długości $l = 3$, rysunek przystosowany z [8]

Elementy zbioru Ω , gdzie przyjmujemy $\bar{\Omega} = N$, dzielimy na nachodzące na siebie wektory długości L : $(x_1, \dots, x_L), (x_2, \dots, x_{L+1}), \dots, (x_i, \dots, x_{i+L-1}), \dots, (x_{N-L+1}, \dots, x_N)$. Każdemu wektorowi przyporządkowujemy wzorec zgodnie z definicją 2.1, uzyskując w ten sposób *rozkład (dystrybucję) wzorców porządkowych dla Ω* . Jeśli w rozkładzie wzorców jakiś wzorec nie występuje, nazywamy go *zakazanym wzorcem*, a pozostałe – *dozwolonymi wzorcami*. Np. dla ciągu kolejnych liczb naturalnych dozwolonymi wzorcami o długości $L = 3$ są tylko wzorce $\langle 123 \rangle$, a wszystkie pozostałe wzorce nie mogą wystąpić – są wzorcami zakazanymi, czyli po prostu niewystępującymi w rozważanym ciągu danych.

Liczba możliwych wzorców długości L jest znana – wynosi $L!$. Okazuje się, że liczba zakazanych wzorców jest wskaźnikiem uporządkowania układu – im więcej zakazanych wzorców, tym

bardziej uporządkowany i przewidywalny jest układ. Zostało to wykorzystane np. w pracy L. Zunino [25], gdzie badano liczbę zakazanych wzorców długości $L = 6$ dla wskaźników giełdowych różnych państw. Państwa rozwinięte wykazywały średnio mniejszą liczbę zakazanych wzorców, co świadczyło o bardziej elastycznie reagującej gospodarce.

Wraz ze zwiększaniem L pewne zakazane wzorce są dziedziczone. Na przykład jeśli $\langle 123 \rangle$ jest zakazanym wzorcem, to dla $L = 4$ zakazane będą wszystkie wzorce od niego pochodzące, czyli $\langle 1234 \rangle$, $\langle 1243 \rangle$, $\langle 1423 \rangle$, $\langle 4123 \rangle$, czyli ogólnie dowolny wzorec postaci $\langle *1 * 2 * 3* \rangle$, gdzie jeden z symboli $*$ jest równy 4, a pozostałe są puste. Oczywiście mogą wystąpić zakazane wzorce długości $L + 1$ nie pochodzące od żadnego wzorca długości L . W ten sposób można badać strukturę zakazanych wzorców choćby dla odwzorowań o znanych własnościach, jak logistyczne czy namiotowe, wprowadzając pojęcie izomorfizmu porządkowego (por. [1]).

2.1. Ciągłe i skwantowane wartości. W definicji 2.1 podaliśmy sposób na radzenie sobie z różnymi wartościami w rozważanym wektorze długości L , zasugerowany przez J. M. Amigó w [1]. Zilustrujmy to na przykładzie.

Przykład 2.3. Dla $x_1 = 3$, $x_2 = -5$, $x_3 = 3$, $x_4 = 1$ mamy $x_2 < x_4 < x_1 = x_3$, a ponieważ $1 < 3$, to przyjmujemy $x_1 < x_3$, czyli $\pi = \langle 2413 \rangle$.

Bandt i Pompe w pracy [4] sugerują, by równe wartości po prostu usuwać, do czego uprawnia ich fakt, że przy ciągłych (czyli właściwie: uzyskiwanych z dowolną dokładnością) danych są one niezmiernie rzadkie. Druga ich propozycja to dodawanie do równych wartości małych zaburzeń losowych.

Problem jednak pojawia się przy danych skwantowanych, dla których dokładność jest ograniczona [7]. Celem kwantyzacji jest odsiewanie zbędnej informacji. Procedura ziarnowania (*coarse-graining procedure*) oparta na podziale danych na sześć segmentów równej wielkości jest sugerowana przez zespół A. Porty jako wstęp do większości metod analizy zmienności rytmu serca [21]. Może to dotyczyć np. starszych danych sercowych, które były pobierane z częstotliwością 128 lub 256 Hz, co daje odpowiednio dokładność ok. 8 lub 4 ms. Sens ma wtedy binowanie danych, czyli przyporządkowywanie ich do pewnych „koszyków”, których odległość ustala się zgodnie z zadaną dokładnością, np. 800, 808, 816, ..., gdzie wartość „800” przyporządkowujemy wszystkim liczbom z przedziału (796, 804). Jeśli zamiast ciągu danych będziemy analizować ciąg przyrostów, to dla zbinowanych danych równe wartości będą jeszcze częstsze. Stosowanie podejścia z definicji 2.1 bądź koncepcji Bandta i Pompe nie wydaje się tu uzasadnione.

Strategię odpowiednią do wzorców z powtarzającymi się wartościami proponują C. Bian i in. [7], sugerując wstawianie tej samej (mniejszej) wartości we wzorcu. Oznacza to, że jeśli po standardowym zdefiniowaniu wzorca równym wartościom przypisano różne liczby, to w kolejnym kroku wszystkim należy przyporządkować najmniejszą z nich, co prowadzi do uzyskania wzorca z powtarzającymi się wartościami. Pokażemy to na przykładzie.

Przykład 2.4. Dla $x_1 = 3$, $x_2 = -5$, $x_3 = 3$, $x_4 = 1$ mamy $x_2 < x_4 < x_1 = x_3$ i przyjmujemy symbol '1' (bo jest mniejszy) dla obu równych wzorców x_1 i x_3 , czyli $\pi = \langle 2411 \rangle$.

Ponieważ w tym momencie we wzorcu dopuszczalne są powtarzające się wartości, więc liczba możliwych wzorców jest inna: dla $L = 3$ wynosi 13, dla $L = 4$ osiąga 73. Inne podejście do rozwiązania tego problemu zostało zaproponowane przez D. Makowiec i in. [18] dla wzorców długości 3. Jest ono oparte na dynamice symbolicznej, polega na przypisaniu ciągowi danych

wzorca o wartościach ze zbioru o liczebności równej liczbie różnych wartości. Zilustrujemy to na przykładzie.

Przykład 2.5. Dla $x_1 = 3$, $x_2 = -5$, $x_3 = 3$ mamy dwie różne wartości, więc będziemy używać zbioru $\{1, 2\}$. Ponieważ $x_2 < x_1 = x_3$, to $x_2 \rightarrow 1$, a $x_1 \rightarrow 2$, $x_3 \rightarrow 2$, czyli $\pi = \langle 212 \rangle$.

Przy takiej definicji liczba wzorców długości $L = 3$ wynosi nadal 13, a wzorców długości $L = 4$ to 74.

3. ENTROPIA PERMUTACYJNA I JEJ ZASTOSOWANIA

Jednym z głównych zastosowań rozkładu wzorców jest obliczanie pewnego typu entropii (rozumianej tu jako miara stopnia nieuporządkowania układu [22]) – entropii permutacyjnej. Rozkład wyznaczamy tu empirycznie, licząc prawdopodobieństwo wystąpienia każdego wzorca w całym ciągu N danych na podstawie wzoru:

$$p(\pi) = \frac{|\{n: 0 \leq n \leq N - L + 1, (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+L-1}) \text{ jest typu } \pi\}|}{N - L + 1},$$

przy czym wzorec π może tu być definiowany na różne sposoby, opisane w rozdziale 2.

Wzór na entropię permutacyjną jest oparty na dobrze znanym z teorii informacji wzorze na entropię Shannona, mierzącą średnią ilość informacji, przypadającą na pojedynczą wiadomość ze źródła informacji [23]:

$$EnSh(P) = - \sum_i p_i \log p_i,$$

gdzie P to rozkład prawdopodobieństwa możliwych zdarzeń. W wersji permutacyjnej używa się rozkładu prawdopodobieństwa wzorców, czyli

$$(3.1) \quad EnPerm(L) = - \sum_{i=1}^{L!} p(\pi_i) \log p(\pi_i),$$

gdzie – przy naszym podejściu uwzględniającym równe wartości – $L!$ musi być zastąpione odpowiednią liczbą możliwych wzorców. Podstawa logarytmu nie jest taka sama u wszystkich autorów, np. Zanin [24] sugeruje przyjęcie dwójki, natomiast w wielu artykułach (np. [11]) używa się logarytmu naturalnego, czego efektem jest jedynie zmiana skali oraz jednostki (w teorii informacji przyjmuje się, że dla logarytmu o podstawie 2 jednostką jest bit, o podstawie e – nat (nit), natomiast o podstawie dziesiętnej – dit). Jednostka ta jest uwzględniana w teorii informacji, jednak do naszych celów wystarczy traktować entropię jako liczbę.

W swoim artykule dotyczącym zastosowań entropii permutacyjnej M. Zanin wspomina o użyciu $EnPerm$ do odróżniania chaosu od szumu, identyfikacji skal czasowych, a także do budowania przestrzeni złożoność–entropia permutacyjna, dzięki której można badać efektywność rynków [24]. W zastosowaniach biomedycznych dominuje analiza EEG – pewnym charakterystycznym zdarzeniom w jego zapisie można przypisać określone rozkłady wzorców i wartości entropii permutacyjnej. Drugim zastosowaniem może być analiza zmienności rytmu serca. W [18] pokazano zależność entropii permutacyjnej od wieku (wzrost wraz z wiekiem, niezależnie od płci), który jednak był widoczny dopiero po zastosowaniu zmienionej definicji, ponieważ dane były kwantowane z binem równym 8 ms. Różnice w entropii permutacyjnej dla grup z różnymi wynikami testu pochyleniowego (badania związanego z nagłym podnoszeniem stołu, na którym leży pacjent, w celu wywołania reakcji wazowagalnej) opisano w [11], charakterystyczny dla serca rozkład wzorców

przedstawiono w [12], a rozróżnienie osób zdrowych i pacjentów z niewydolnością serca za pomocą różnych typów entropii, w tym entropii permutacyjnej, pokazano w [10]. Podobne rozróżnienie przeprowadził C. Bian w [7], korzystając z baz danych (nagranych z częstotliwością 256 Hz) dostępnych na portalu *physionet.org* [9]. Jego definicja wzorca okazała się lepiej rozróżniać wybrane grupy.

4. WYNIKI

4.1. **Dane eksperymentalne.** Zgodnie z zacytowanymi powyżej źródłami, zaprezentowane metody powinny rozróżniać pacjentów z grup o różnej dynamice rytmu serca. Zbadamy to na podstawie eksperymentu, do którego dane wzięto z portalu *physionet.org* [9], wybierając zestaw danych składający się z pięciu różnych grup, mianowicie:

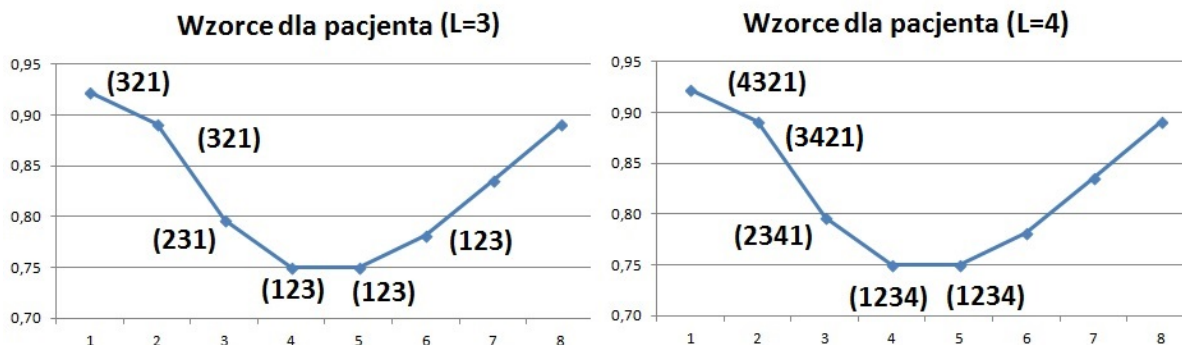
- **Chi**, grupę osób medytujących techniką *Chi* – godzinne nagrania ośmiu pacjentów przed medytacją (**Chi_pre**) i w jej trakcie (**Chi_med**);
- **Yoga**, grupę osób medytujących techniką *Kundalini Yoga* – nagrania czterech pacjentów przed medytacją (**Yoga_pre**) i w jej trakcie (**Yoga_med**) (czas trwania: od 17 do 47 minut);
- **Metron**, grupę osób oddychających oddechem kontrolowanym – 10-minutowe nagrania 14 osób, które oddychały zgodnie z rytmem (narzucanym przez metronom) piętnastu oddechów na minutę, czyli z częstotliwością 0,25 Hz;
- **Iron**, grupa bardzo wysportowanych osób – nagrania dziewięciu uczestników elitarnych zawodów „Ironman Triathlon”, pobrane podczas odpoczynku przed konkursem;
- **Normal**, grupa kontrolna – nocne nagrania 11 osób zdrowych.

Powyższe dane zostały dokładniej opisane w artykule [20]. Ponieważ porównywanie rozkładu wzorców porządkowych ma sens dla ciągów o równej długości danych, planowano dla każdego pacjenta przygotować ciąg 1000 danych, odrzucając pierwszych 500 pomiarów (okres bezpośrednio po rozpoczęciu badania może charakteryzować się zmienionymi wynikami ze względu na wzmożony stres pacjenta). Niestety w grupie pacjentów z oddechem kontrolowanym, a także tych medytujących techniką *Yoga*, nie udało się przygotować tak długich ciągów danych dla wszystkich pacjentów. Dlatego w tych grupach przygotowano odcinki o długości 400, dodając do tego również grupę kontrolną osób zdrowych z odcinkami tej samej długości.

4.2. **Rozkłady wzorców – wyniki.** Sposób oznaczania wzorców dla rzeczywistego ciągu danych (długości RR dla pacjenta z grupy *Chi* podczas medytacji) został pokazany na rysunku 3. Pod uwagę bierze się nachodzące na siebie fragmenty odpowiedniej długości i przyporządkowuje im wzorce zgodnie z definicją 2.1.

Jedną z metod analizy porządkowej jest badanie rozkładu wzorców (por. [12]). Możliwe jest również śledzenie częstotliwości konkretnego wzorca dla różnego typu sygnałów, a także wprowadzenie opóźnienia (np. dla opóźnienia $\tau = 2$ buduje się wzorec na podstawie ciągu co drugich wartości) w definicji wzorca i analizowanie jego wpływu na wyniki. Procentowy rozkład wzorców długości $L = 3$ dla wszystkich badanych grup zebrano w tabeli 1.

Łatwo zauważyć widoczne w tabeli 1 duże wartości odchylenia standardowego dla wzorców ściśle malejących $\langle 321 \rangle$, związanych z przyspieszeniami rytmu serca. Tendencja ta utrzymuje się również dla wzorców długości $L = 4$. Świadczy to o tym, że skłonność do długich (bądź krótkich i częstych) przyspieszeń jest unikalną cechą osobniczą, wymykającą się przydziałowi do grup. dla



RYSUNEK 3. Sposób wyznaczania wzorców długości $L = 3$ i $L = 4$ dla fragmentu zapisu odstępów RR

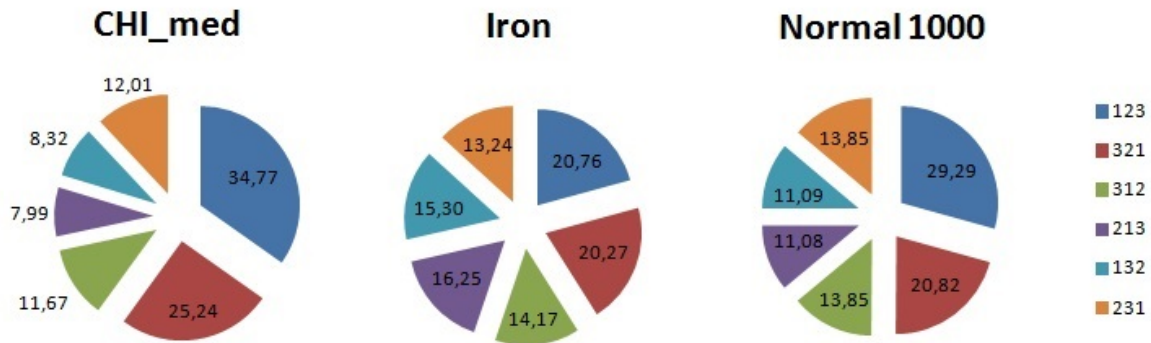
TABELA 1. Procentowy rozkład wzorców dla wszystkich grup

Grupa	Długość	$\langle 123 \rangle$	$\langle 321 \rangle$	$\langle 312 \rangle$	$\langle 213 \rangle$	$\langle 132 \rangle$	$\langle 231 \rangle$
Chi	1000	$32,67 \pm 5,05$	$21,01 \pm 7,23$	$13,43 \pm 3,23$	$9,75 \pm 2,51$	$9,72 \pm 2,55$	$13,41 \pm 3,32$
Chi_pre	1000	$30,56 \pm 4,39$	$16,78 \pm 1,89$	$15,18 \pm 1,35$	$11,51 \pm 1,47$	$11,12 \pm 1,65$	$14,80 \pm 1,72$
Chi_med	1000	$34,77 \pm 5,02$	$25,24 \pm 8,23$	$11,67 \pm 3,68$	$7,99 \pm 2,06$	$8,32 \pm 2,59$	$12,01 \pm 4,03$
Iron	1000	$20,76 \pm 3,97$	$20,27 \pm 8,23$	$14,17 \pm 2,32$	$16,25 \pm 3,06$	$15,30 \pm 3,19$	$13,24 \pm 3,02$
Normal	1000	$29,29 \pm 5,48$	$20,82 \pm 6,30$	$13,85 \pm 2,16$	$11,08 \pm 1,57$	$11,09 \pm 1,93$	$13,85 \pm 2,89$
Metronom	400	$28,14 \pm 6,32$	$22,86 \pm 5,57$	$12,87 \pm 3,43$	$11,56 \pm 2,96$	$11,65 \pm 2,77$	$12,92 \pm 3,43$
Yoga	400	$30,06 \pm 4,49$	$25,75 \pm 12,77$	$13,41 \pm 5,16$	$8,76 \pm 3,79$	$8,64 \pm 3,11$	$13,38 \pm 3,80$
Yoga_pre	400	$28,27 \pm 5,87$	$14,70 \pm 2,83$	$17,78 \pm 2,38$	$11,87 \pm 2,54$	$10,68 \pm 3,29$	$16,71 \pm 0,97$
Yoga_med	400	$31,85 \pm 2,01$	$36,81 \pm 6,82$	$9,05 \pm 2,40$	$5,65 \pm 1,13$	$6,60 \pm 0,80$	$10,05 \pm 1,78$
Normal	400	$29,05 \pm 6,16$	$19,30 \pm 8,37$	$14,23 \pm 2,28$	$11,53 \pm 1,99$	$11,58 \pm 1,68$	$14,30 \pm 3,17$

przykładu w grupie Iron częstotliwość wzorca malejącego długości $L = 3$ u ośmiu osób przekroczyła 18%, gdy tymczasem u jednej była niższa niż 5%, osiągając u niej rekordowo duży odsetek wzorca $\langle 213 \rangle$. Fizjologicznej interpretacji tego zjawiska nie da się jednak podać bez dodatkowych badań.

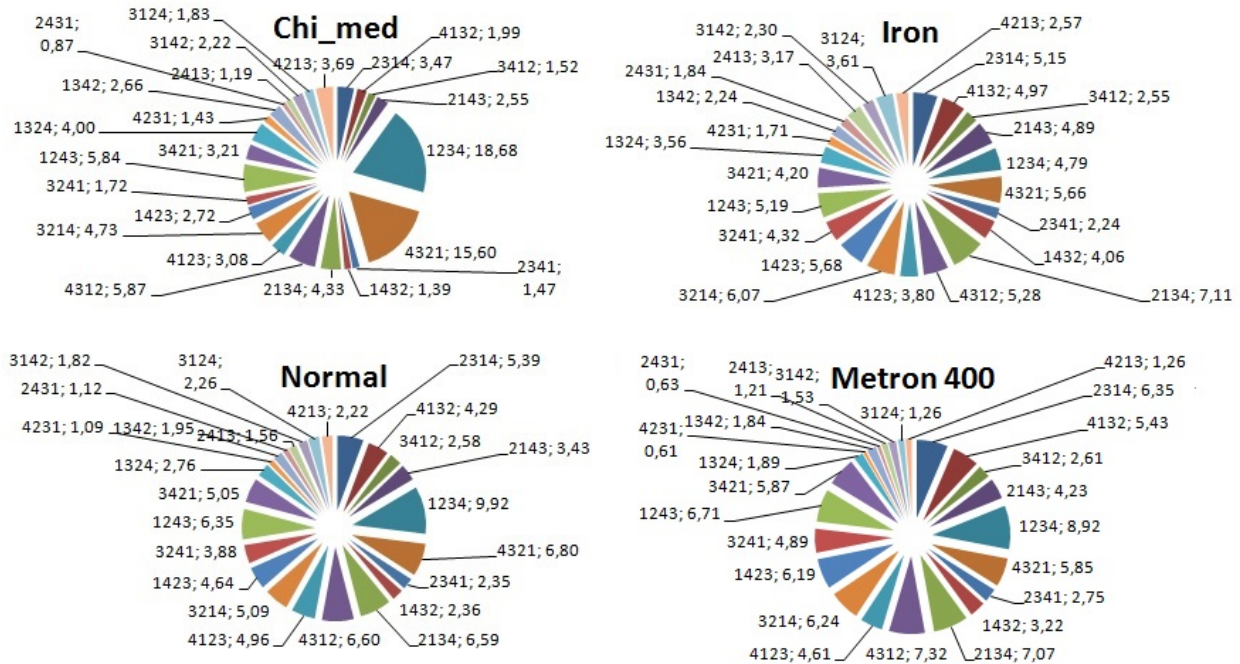
Dla grupy kontrolnej dominującym wzorcem jest wzorzec $\langle 123 \rangle$, związany ze zwolnieniami rytmu serca (wartości są kolejno coraz dłuższe, czyli rytm serca wolniejszy), następnie wzorzec $\langle 321 \rangle$, związany z przyspieszeniami, a pozostałe wzorce („zygzaki”) wykazują podobne prawdopodobieństwo. Analogiczna sytuacja ma miejsce, gdy spojrzymy na grupę medytującą techniką Chi. Jednakże gdy wydzielimy z niej odcinki nagrane podczas medytacji, widzimy, że następuje jeszcze większa dominacja wzorców $\langle 123 \rangle$ i $\langle 321 \rangle$ kosztem wzorców $\langle 213 \rangle$ i $\langle 132 \rangle$. Oznacza to, że zmiany w rytmie serca następują wolniej, a rytm składa się z dłuższych okresów zwolnień i przyspieszeń. Jeszcze bardziej jest to widoczne podczas medytacji techniką Yoga, gdzie różnica polega na tym, że dominują wzorce $\langle 321 \rangle$ (jest to jedyna grupa, u której występuje takie zjawisko). Warto też zwrócić uwagę na grupę Iron, gdzie wzorce przyspieszające $\langle 321 \rangle$ są równoliczne ze zwalnającymi, a ich dominacja nad pozostałymi wzorcami jest stosunkowo najmniejsza, co oznacza największą zmienność rytmu serca. Najbardziej widoczne różnice ilustruje rysunek 4.

Podobne wnioski można wysnuć dla wzorców długości $L = 4$. Normą jest dominacja wzorców ściśle rosnących i malejących (dla grupy Normal: $\langle 1234 \rangle$ $9,92 \pm 4,14$, $\langle 4321 \rangle$ $6,80 \pm 3,43$), która nie zmienia się w przy oddechu kontrolowanym (co potwierdza [11]). Jednakże podczas medytacji



RYSUNEK 4. Wykresy kołowe dla rozkładu wzorców długości $L = 3$ dla grup Chi, Iron oraz Normal

dominacja ta rośnie (grupa Chi: $\langle 1234 \rangle 18,68 \pm 6,19$, $\langle 4321 \rangle 15,60 \pm 7,93$), a dla sportowców maleje (grupa Iron: $\langle 1234 \rangle 4,79 \pm 1,96$, $\langle 4321 \rangle 5,66 \pm 4,62$). Sytuację tę ilustruje rysunek 5.



RYSUNEK 5. Wykresy kołowe dla rozkładu wzorców długości $L = 4$ dla grup Chi, Iron, Normal oraz Metronom

W pracy [12] pokazano (i następnie potwierdzono w [11]), że rozkład wzorców dla zdrowego serca ma charakterystyczną strukturę, którą zaburza mieszanie danych – widać ją na rysunkach 4 oraz 5. Obecność wzorców ściśle rosnących i ściśle malejących powiązane zostało z wpływem współczulnej części układu nerwowego (związanej z pobudzeniem i przyspieszeniem), natomiast obecność „zygzaków” świadczy o wzmożonym działaniu układu przywspółczulnego (mającego działanie wyciszające). U osób medytujących widać zatem silne działanie układu współczulnego,

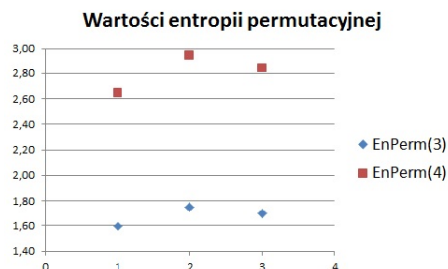
natomiast u osób przed dużym wysiłkiem mocniej działa układ przywspółczulny, pozwalający dobrze się wyciszyć.

4.3. Entropia permutacyjna – wyniki. Wartości entropii permutacyjnej obliczonej według wzoru (3.1) z użyciem logarytmu naturalnego dla wszystkich rozważanych grup przedstawia tabela 2.

TABELA 2. Wartości entropii permutacyjnej dla wszystkich grup

Grupa	Długość	$EnPerm(3)$	$EnPerm(4)$
CHI	1000	$1,66 \pm 0,09$	$2,76 \pm 0,22$
CHI_pre	1000	$1,72 \pm 0,04$	$2,87 \pm 0,13$
CHI_med	1000	$1,60 \pm 0,09$	$2,64 \pm 0,24$
Iron	1000	$1,75 \pm 0,05$	$2,95 \pm 0,20$
Normal	1000	$1,70 \pm 0,05$	$2,84 \pm 0,21$
Metronom	400	$1,69 \pm 0,05$	$2,84 \pm 0,10$
Yoga	400	$1,62 \pm 0,13$	$2,68 \pm 0,32$
Yoga_pre	400	$1,72 \pm 0,05$	$2,96 \pm 0,09$
Yoga_med	400	$1,51 \pm 0,08$	$2,39 \pm 0,14$
Normal	400	$1,70 \pm 0,05$	$2,79 \pm 0,28$

Widoczny jest spadek wartości entropii podczas medytacji. Warto tu podkreślić, że entropia permutacyjna, w odróżnieniu od innych typów entropii, nie jest miarą złożoności samego procesu, ale złożoności dystrybucji wzorców. Spadek entropii jest więc powiązany z dominacją wzorców ściśle rosnących i ściśle malejących (por. tab. 1), a jej wzrost z bardziej równomiernym rozkładem poszczególnych wzorców. W pracy [11] entropia permutacyjna rozróżniała grupy pacjentów mdlejących i niemdlejących podczas testu pochyleniowego jeszcze przed badaniem, przyjmując niższe wartości w grupie, która nie zemdląła podczas testu. Stan medytacji, charakteryzujący się najniższymi wartościami entropii, można zatem kojarzyć z dobrym działaniem układu nerwowego i odpornością na nagłe zdarzenia. Omawiane zależności ilustruje wykres 6.



RYSUNEK 6. Wartości entropii permutacyjnej dla grup osób medytujących, ekstremalnych sportowców i grupy kontrolnej

5. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule przybliżone zostały główne pojęcia związane z analizą porządkową – szczególnie te, które są wykorzystywane w badaniu rzeczywistych szeregów czasowych. Zarówno rozkład wzorców porządkowych, jak i entropia permutacyjna wykazują różnice przy porównywaniu grup, wykazując większą dominację wzorców ściśle rosnących i malejących podczas medytacji i równomierny rozkład wzorców dla grupy osób biorących udział w ekstremalnym treningu,

co wiąże się z, odpowiednio, niższymi i wyższymi wartościami entropii niż dla grupy kontrolnej. Metody te na pewno są warte stosowania i rozwijania, gdyż dają nowe spojrzenie na dynamikę danych i obserwowane w nich tendencje.

LITERATURA

- [1] J.M. Amigó, *Permutation Complexity in Dynamical Systems*, Springer-Verlag, 2010.
- [2] J.M. Amigó, S. Zambrano, M.A. F Sanjúan, *True and false forbidden patterns in deterministic and random dynamics*, EPL 79(5): 50001, 2007.
- [3] J.M. Amigó, S. Zambrano, M.A.F. Sanjúan, *Combinatorial detection of determinism in noisy time series*, EPL 83(6): 60005, 2008.
- [4] C. Bandt, B. Pompe, *Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series*, Physical Review Letters 88(17): 174102-1–174102-4, 2002.
- [5] C. Bandt, *Ordinal time series analysis*, Ecological Modelling 182(3-4): 229–238, 2005.
- [6] C. Bandt, F. Shiha, *Order Patterns in Time Series*, Journal of Time Series Analysis 28(5): 646–665, 2007.
- [7] C. Bian, C. Qin, Q.D.Y. Ma, Q. Shen, *Modified permutation-entropy analysis of heartbeat dynamics*, Phys. Rev. E 85: 021906, 2012.
- [8] A. Dahan, E. Olofson, J.W. Sleight, *Permutation entropy of the electroencephalogram: A measure of anaesthetic drug effect*, Br. J. Anaesth. 101(6): 810–821, 2008.
- [9] A.L. Goldberger, L.A. Nunes Amaral, L. Glass, J.M. Hausdorff, P.Ch. Ivanov, R.G. Mark, J.E. Mietus, G.B. Moody, Ch.-K. Peng, H.E. Stanley, *PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals*, Circulation 101(23): e215–e220, 2000.
- [10] B. Graff, G. Graff, A. Kaczkowska, *Entropy Measures of Heart Rate Variability for Short ECG Datasets in Patients with Congestive Heart Failure*, Acta Physica Polonica B Proc. Suppl. 5: 153–158, 2012.
- [11] B. Graff, G. Graff, D. Makowiec, A. Kaczkowska, D. Wejer, S. Budrejko, D. Kozłowski, K. Narkiewicz, *Entropy measures in the assessment of heart rate variability in patients with cardiodepressive vasovagal syncope*, Entropy 17(3): 1007–1022, 2015.
- [12] G. Graff, B. Graff, A. Kaczkowska, D. Makowiec, J.M. Amigó, J. Piskorski, K. Narkiewicz, P. Guzik, *Ordinal pattern statistics for the assessment of heart rate variability*, Eur. Phys. J. Special Topics 222(2): 525–534, 2013.
- [13] G. Graff, A. Kaczkowska, *The Efficiency of Polish Stock Market: Ordinal Patterns Approach*, Acta Physica Polonica A 123(3): 526–528, 2013.
- [14] A. Groth, *Visualization of coupling in time series by order recurrence plots*, Phys. Rev. E, 72: 046220, 2005.
- [15] K. Keller, H. Lauffer, M. Sinn, *Ordinal analysis of EEG time series*, Chaos and Complexity Letters, 32: 247–258, 2007.
- [16] K. Keller, M. Sinn, *Ordinal analysis of time series*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 356(1): 114–120, 2005.
- [17] K. Keller, A.M. Unakafov, V.A. Unakafova, *Ordinal Patterns, Entropy, and EEG*, Entropy 16(12): 6212–6239, 2014.
- [18] D. Makowiec, A. Kaczkowska, D. Wejer, M. Żarczyńska-Buchowiecka, Z. Struzik, *Entropic Measures of Complexity of Short-Term Dynamics of Nocturnal Heartbeats in an Aging Population*, Entropy 17(3): 1253–1272, 2015.
- [19] U. Parlitz, S. Berg, S. Luther, A. Schirdewan, J. Kurths, N. Wessel, *Classifying cardiac biosignals using ordinal pattern statistics and symbolic dynamics*, Comput. Biol. Med. 42(3): 319–327, 2012.
- [20] Ch.-K. Peng, J.E. Mietus, Y. Liu, G. Khalsa, P.S. Douglas, H. Benson, A.L. Goldberger, *Exaggerated Heart Rate Oscillations During Two Meditation Techniques*, International Journal of Cardiology 70: 101–107, 1999.
- [21] A. Porta, L. Faes, M. Masé, G. D'Addio, G.D. Pinna, R. Maestri, N. Montano, R. Furlan, S. Guzzetti, G. Nollo, A. Malliani, *An integrated approach based on uniform quantization for the evaluation of complexity of short-term heart period variability: Application to 24 h Holter recordings in healthy and heart failure humans*, Chaos 17: 015117, 2007.
- [22] F. Reif, *Fizyka statystyczna*, PWN Warszawa, 1973.
- [23] C.E. Shannon, *A Mathematical Theory of Communication*, The Bell System Technical Journal 27: 379–423, 1948.

- [24] M. Zanin, L. Zunino, O.A. Rosso, D. Papo, *Permutation entropy and its main biomedical and econophysics applications: A review*, Entropy 14(8): 1553–1577, 2012.
- [25] L. Zunino, M. Zanin, B.M. Tabake, D.G. Pérez, O.A. Rosso, *Forbidden patterns, permutation entropy and stock market inefficiency*, Physica A 388(14): 2854–2864, 2009.
- [26] L. Zunino, M. Zanin, B.M. Tabake, D.G. Pérez, O.A. Rosso, *Complexity-entropy causality plane: A useful approach to quantify the stock market inefficiency*, Physica A 389(9): 1891–1901, 2010.

AGNIESZKA KACZKOWSKA

WYDZIAŁ FIZYKI TECHNICZNEJ I MATEMATYKI STOSOWANEJ, POLITECHNIKA GDAŃSKA, UL. GABRIELA NARUTOWICZA 11/12, 80-233 GDAŃSK

Adres e-mail: akaczkowska@mif.pg.gda.pl