

Teoria macierzy przypadkowych jako rachunek prawdopodobieństwa

Współczesne rzeczywiste układy złożone cechuje ogromna ilość oddziałujących składników. W przypadku systemów finansowo-ekonomicznych są to liczby rzędu tysięcy, w przypadku układów telekomunikacyjnych to liczby rzędu setek tysięcy, a układy biologiczne i genetyczne to liczby rzędu milionów i więcej. Współczesne komputery potrafią zapisywać tego typu dane z bardzo dużą częstotliwością, ale pojawia się wtedy pytanie, jak w ogromnej ilości zapisanych danych odnaleźć wartościowe informacje, odkryć korelacje lub dynamikę układów. Klasyczny rachunek prawdopodobieństwa zawodzi w tym przypadku. Aksjomaty rachunku prawdopodobieństwa dopuszczają jednak możliwość, że zmienną losową może być operator, reprezentowany przez macierz, na ogół nieskończoną. W ten sposób teoria macierzy przypadkowych staje się odpowiednikiem klasycznego rachunku prawdopodobieństwa, gdzie rolę rozkładów zmiennej losowej pełnią rozkłady widma macierzy. W pierwszym wykładzie przedstawię podstawy teorii macierzy przypadkowych, wykorzystując pojęcia znane z klasycznego rachunku prawdopodobieństwa. Następnie pokażę, jak można wprowadzić dynamikę, rozszerzając koncepcję stochastycznych równań różniczkowych na macierzowe stochastyczne równania różniczkowe. W drugim wykładzie podam sformułowanie tzw. wolnej teorii prawdopodobieństwa sformułowanej w latach 90-tych przez D. Voiculescu, a w szczególności wyjaśnię rolę transformacji R, generującej macierzowe odpowiedniki kumulant klasycznego rachunku prawdopodobieństwa. W trzecim wykładzie wykorzystam tę konstrukcję dla obliczania widma macierzy korelacji, oraz pokażę najnowsze zastosowania w inżynierii finansowej, telefonii bezprzewodowej oraz genetyce.